19
48
1840

L 19
46

СОБРАНІЕ

ВАЖНѢЙШИХЪ ОСНОВАНІЙ

СТАТИКИ.

С. ПЕТЕРБУРГЪ.

—

1840.

СОБРАНІЕ

ВАЖНѢЙШИХЪ ОСНОВАНІЙ

СТАТИКИ

для

УРАЗУМѢНІЯ РАЗНЫХЪ ОТРАСЛЕЙ

ГРАЖДАНСКОЙ АРХИТЕКТУРЫ,

составленное

Архитекторомъ К. Циглеромъ.

Переводъ съ Нѣмецкаго.

Съ 53 литографированными фигурами.

С. ПЕТЕРБУРГЪ.

Въ Типографіи Главнаго Управленія путей сообщенія
и публичныхъ зданій.

1840.

Печатать позволяется:

съ тѣмъ, чтобы, по отпечатаніи, представлено было въ Цензурный Комитетъ узаконенное число экземпляровъ.

С. Петербургъ, Генваря 29 дня 1840 года.

Цензоръ *П. Корсаковъ.*

2007040142

ПРЕДИСЛОВІЕ.

При многократно исполненныхъ мною, довольно важныхъ, постройкахъ, предпринятыхъ Правительствомъ, часто случалось мнѣ, составляя пояснительныя записки, излагать теорію разныхъ отраслей Гражданской Архитектуры.

Въ-послѣдствіи, собралъ я приведенныя мною теоремы Спапики, объяснивъ ихъ, по возможности, безъ доводовъ, основанныхъ на Алгебрѣ и высшей Математикѣ, и приложивъ пояснительные чертежи.

Издаю сей слабый трудъ мой поощренный нѣкоторыми почтенными знатоками строительнаго искуства, — въ надеждѣ, что онъ, можетъ быть,

принесетъ хотя нѣкоторую пользу молодымъ моимъ соотечественникамъ, посвящающимъ себя Архитектурѣ. Они найдутъ здѣсь руководство приложенія элементовъ чистой Математики къ равновѣсію твердыхъ тѣлъ,— руководство, которое облегчитъ имъ изученіе разныхъ отраслей практической Архитектуры, безъ пособія многихъ сочиненій на разныхъ языкахъ, пріобрѣтеніе которыхъ составляетъ немаловажныя издержки, и безъ потери времени на отысканіе разбросанныхъ въ сихъ сочиненіяхъ законовъ Статики.

Соглашаясь съ бо̀льшею частію опытныхъ строителей, я полагаю, что равновѣсіе, стойкость, правильность формъ и пропорція разныхъ частей зданій, можетъ быть познана только посредствомъ математическихъ заключеній, соображаемыхъ съ опытами.

По симъ уваженіямъ я не имѣлъ намѣренія написать курсъ Статики и Механики въ полномъ ихъ объемѣ,

или сочиненіемъ своимъ сдѣлать, для молодыхъ людей, излишнимъ — множество полезныхъ математическихъ книгъ: напротивъ, я старался показать всю пользу оныхъ, многократно приводя основанія, которыя изъ нихъ почерпать должно.

Просвѣщенныхъ читателей покорно прошу съ сей только точки зрѣнія обсуживать мой трудъ. Благосклонный пріемъ онаго, можетъ быть, побудитъ меня къ изданію теоріи *Сводовъ*, или другой какой-либо части Архитектуры, въ видѣ продолженія сего собранія важнѣйшихъ основаній Статики.

Если изданіе этого сочиненія принесетъ хотя малую пользу, то цѣль моя будетъ достигнута.

Сочинитель.

ВВЕДЕНІЕ КЪ СТАТИКѢ,

ИЛИ

ПОЯСНЕНІЕ ГЛАВНѢЙШИХЪ ВЫРАЖЕНІЙ И ПОНЯТІЙ.

---

§ 1. Статика есть отрасль Механики. Статика занимается равновѣсіемъ силъ, дѣйствующихъ на твердыя тѣла. Предначертанная нами цѣль не позволяетъ входить въ разсмотрѣніе всѣхъ предмѣтовъ сей науки.

§ 2. Механика можетъ быть разсматриваема двояко: 1) въ полномъ ея объемѣ, — это наука: о движеніи тѣлъ, о силахъ, посредствомъ коихъ тѣла одно на другое дѣйствуютъ — и о машинахъ, которыя для сего употреблены быть могутъ; 2) въ тѣсномъ смыслѣ — сія наука обсуживаетъ лишь одно движеніе твердыхъ тѣлъ.

---

1) *Основныя понятія о силѣ и движеніи.*

§ 3. Опытъ убѣждаетъ насъ въ необходимости дѣйствія силы, для того, чтобъ сдвинуть тѣло съ занимаемаго имъ мѣста, т. е. для приведенія его въ движеніе; опытъ-же убѣждаетъ насъ въ необходимости внѣшней силы, дабы остановить движущееся тѣло. Сила сія, или прямо очевидна, или замѣтна только по дѣйствію.

Каждое тѣло находится: *въ покоѣ*, пока не оставляетъ своего мѣста; *въ движеніи*, во все то время, въ которое оно перемѣняетъ свое мѣсто. Какъ покой, такъ и движеніе относительны къ другимъ сопредѣльнымъ тѣламъ, находящимся въ покоѣ или въ движеніи: по этому сіи два состоянія называются относительнымъ покоемъ или движеніемъ, — въ противуположность къ непосредственному покою или движенію, которые не относятся къ сопредѣльнымъ тѣламъ.

Для большей ясности представимъ слѣдующій примѣръ. Находясь на кораблѣ и не перемѣняя своего мѣста, можно пробѣгать нѣкоторое пространства; слѣдовательно, въ одно и тоже время можно находиться въ непосредственномъ покоѣ, и быть также въ непосредственномъ движеніи.

Каждое тѣло, приведенное въ движеніе, проходитъ нѣкоторый путь, по прямой или по кривой линіи; посему движеніе называется либо *прямолинейнымъ*, либо *криволинейнымъ*.

Прямая линія движенія тѣла называется его *направленіемъ*; а путь, имъ пройденный въ извѣстное время, *описаннымъ пространствомъ*.

§ 4. Однообразнымъ движеніемъ называется то, при коемъ тѣло, въ равные моменты времени, описываетъ равные пространства; т. е. скорость его движенія остается неизмѣнною.

Но когда тѣло, въ равные моменты времени, описываетъ болѣе или менѣе моментовъ пространства, чѣмъ сначала, тогда сіе движеніе (или скорость) называется измѣняющимся; въ первомъ случаѣ ускореннымъ, въ послѣднемъ замедленнымъ.

§ 5. Покой и движеніе тѣла означаютъ его состояніе; въ послѣднемъ состояніи подразумѣвается какъ скорость, такъ и направленіе тѣла.

Матерія сама по себѣ имѣетъ наклонность оставаться въ своемъ состояніи, на своемъ мѣстѣ, пока не послѣдуетъ на нее вліяніе внѣшней силы; это называется *бездѣйствіемъ*.

§ 6. Тѣло, приведенное въ движеніе, само по себѣ, безъ внѣшняго вліянія, должно сохранить первоначальное направленіе и скорость свою,

пока другая какая-либо сила не подѣйствуетъ на него; потому-что для каждой перемѣны въ состояніи тѣла — необходима причина, объясняющая таковую перемѣну.

Движеніе тѣла, предоставленное дѣйствію первоначальнаго вліянія, всегда будетъ единообразно и прямолинейно.

§ 7. *Сопротивленіемъ* называется все то, что вовсе или частью уничтожаетъ дѣйствіе силы; т. е. все, что прекращаетъ движеніе вовсе, или только частью.

Противодѣйствіемъ называютъ сопротивленіе, оказываемое тѣломъ, при дѣйствіи на него другаго; въ семъ отношеніи оба тѣла выражаютъ противуположныя силы.

Когда сила, дѣйствующая на тѣло, сопротивленіемъ онаго, противудѣйствіемъ, или вообще какимъ-либо препятствіемъ, уничтожается; то дѣйствіе сіе называется *давленіемъ*, а сама сила *давящею*, для различія отъ силы *двигающей*, которая-либо вовсе не встрѣчаетъ препятствій, либо преодолѣваетъ оныя; иные называютъ ихъ *мертвою* и *живою* силами. Во всякомъ случаѣ, давленіе есть дѣйствіе силы, стремящейся къ движенію.

2) *Основныя понятія о тяжести и вѣсѣ.*

§ 8. Опытъ научаетъ насъ, что каждое свободное тѣло, возвышенное надъ землею, и влекомое притягательной силой земнаго шара, съ увеличивающеюся скоростью, стремится къ центру земли. Законы или наука паденія тѣлъ, есть Динамика, коей мы здѣсь касаться не будемъ.

Когда повѣшенное на нити тѣло покойно, то направленіе оной къ горизонту стоячей воды перпендикулярно. Сила, производящая паденіе (и выпягиваніе нити) называется *тяжестію*, или *силою тяжести*, коей направленіе всегда перпендикулярно къ поверхности стоячей воды.

По законамъ Математической Географіи, земля признается шаромъ, а поверхность стоячей воды, или каждой ограниченной горизонтальной площади не есть равнина, но часть поверхности шара; а потому линія направленія свободно падающаго тѣла, составляетъ прямую съ радіусомъ земли, проведеннымъ къ той точкѣ поверхности, на которую тѣло должно-бы пасть; или-же продолженная линія направленія, по которой тѣло должно падать, должна пройти сквозь центръ земнаго шара.

Такимъ образомъ тяжесть есть свойство тѣлъ, влекущее ихъ къ средоточію земли.

§ 9. Когда тѣло вмѣсто того, чтобы висѣть на нити, поддерживается другимъ тѣломъ, то первое производитъ *давленіе* на послѣднее; сіе давленіе тѣмъ сильнѣе, чѣмъ болѣе масса верхняго тѣла.

Сумма давленія всѣхъ частей тяжести тѣла называется его *вѣсомъ*. Изъ сравненія вѣса массы противъ ел объема, получаемъ мы понятіе о тяжести, или относительномъ (удѣльномъ) вѣсѣ массы. Въ тѣлахъ равной массы вѣсъ соотвѣтствуетъ пропорціи кубическаго содержанія и легко можетъ быть опредѣленъ.

А какъ мѣра должна быть соотвѣтственна измѣряемому, то и тяжесть или вѣсъ, могутъ быть измѣряемы только вѣсомъ. Единицею сего измѣренія принятъ Фунтъ (съ его подраздѣленіемъ); — это не требуетъ поясненія.

§ 10. Когда двѣ или нѣсколько силъ, другъ другу противуположныя, дѣйствуютъ на тѣло, не приводя его въ движеніе, — тогда состояніе ихъ называется *равновѣсіемъ*.

Свободно на нити висящее тѣло находится въ равновѣсіи, и столько-же натягиваетъ нить къ низу, сколько нить притягиваетъ тѣло къ верху; изъ чего слѣдуетъ, что равновѣсіе должно составляться двумя равными противуположными силами.

Но если на тѣло дѣйствуетъ въ равновѣсіи болѣе двухъ противуположныхъ силъ: то, посредствомъ одной извѣстной и направленіемъ прочихъ силъ къ одной, первой совершенно противуположно, — можно произвести равновѣсіе.

---

3) *Основныя понятія о выраженіи силы.*

§ 11. Каждая сила можетъ быть выражаема двоякимъ образомъ: первый, и самый естественный, есть выраженіе вѣса, который ей равенъ, или означаетъ дѣйствіе, которое она произвести можетъ; такъ напримѣръ: сила, пребующая для равновѣсія 20 фунтовъ, выражается 20 фунтами. Но какъ свойства силъ менѣе принимаются въ соображеніе, чѣмъ взаимныя ихъ отношенія, то приняли другой способъ выражать силы линіями. Если, напримѣръ, сила 4 фунтовъ выражается линіею извѣстной длины, то силы впрое или четверо болѣе: т. е. 12 или 16 фунтовъ — означается линіею впрое или четверо длиннѣе первой.

Въ теоріи движенія твердыхъ тѣлъ (о которой мы здѣсь говорить не будемъ), силы выражаются тѣми пространствами, которыя равныя тѣла въ равное время пройти могутъ.

А потому линіи, означающія сіи пространства, суть прямое выраженіе силы, и въ семъ случаѣ означаютъ пропорцію двигающей силы къ движимому тѣлу или тяжести.

§ 12. Линія направленія силы (см. § 3), есть та, по коей она двигаетъ или старается подвинуть тѣло. Одна и та-же сила въ одно и тоже время не можетъ дѣйствовать по разнымъ направленіямъ: а потому тѣло одною лишь силою можетъ быть движимо только по одной прямой линіи. Равнымъ образомъ дѣйствіе силы можетъ быть измѣряемо только противудѣйствіемъ того тѣла, на которое она имѣетъ вліяніе. Положимъ, что тѣло въ 10 фунтовъ приводится въ движеніе 100 фунтами; въ такомъ случаѣ сила, производящая движеніе, равна 90 фунтамъ.

---

4) *Основное понятіе о машинахъ.*

§ 13. Машины суть орудія, посредствомъ коихъ можно приводить въ движеніе массы, сберегая силы, или время. Машины разсматриваются — или геометрически, въ простомъ ихъ состояніи, — или вещественно, физически, какъ *простыя машины*, изъ соединенія коихъ образуются *сложныя машины*.

Простыхъ машинъ считается 6 родовъ: *рычагъ, колесо на воротъ, блокъ, наклонная плоскость, клинъ* и *винтъ*.

Но какъ мы уже сказали въ предисловіи, что не имѣемъ цѣлію изложить здѣсь полный курсъ Статики и Механики: то считаемъ достаточнымъ разсмотрѣть главнѣйшія свойства рычага, наклонной плоскости и клина — и вывести о нихъ главнѣйшіе аксіомы.

---

5) *Основное понятіе о центрѣ тяжести.*

§ 14. Подъ центромъ тяжести тѣла разумѣется та точка, за которую тѣло, бывъ повѣшено, или въ которой поддерживаясь, во всѣхъ возможныхъ положеніяхъ, останется въ равновѣсіи. Послѣдствіемъ сего есть то, что сила, дѣйствующая въ этой точкѣ, принимаетъ вертикальное направленіе и уничтожаетъ всякое дѣйствіе тяжести прочихъ частей тѣла. Посему всю тяжесть тѣла можно признавать соединенною въ одной той точкѣ.

Для центра тяжести есть анализъ еще опредѣлительнѣе. Когда нѣсколько точекъ на одной или нѣсколькихъ плоскостяхъ, — такъ между собою соединены, что привѣшенныя къ нимъ тяжести которую-либо изъ нихъ приведутъ

въ движеніе, тогда сіе называется *системою вѣса*; а та точка, въ которой сумма всего вѣса приходитъ въ равновѣсіе, есть центръ тяжести.

Въ послѣдствіи разсмотримъ это подробнѣе, и укажемъ способъ, какъ искать центръ тяжести линій, плоскостей и тѣлъ.

ГЛАВА I.

О ПАРАЛЛЕЛОГРАММѢ

или

СЛОЖНЫХЪ СИЛАХЪ.

---

§ 15. Какъ уже сказано въ § 12, никакое тѣло въ одно и тоже время не можетъ двигаться по разнымъ направленіямъ. Отъ сего происходитъ, что когда къ одной точкѣ или къ одному тѣлу, коего вся масса по § 14 можетъ быть представлена соединенною въ одной точкѣ, приложено нѣсколько силъ, то тѣло сіе останется неподвижнымъ, или послѣдуетъ одному лишь направленію, слѣдуя вліянію только одной силы, коей дѣйствіе равно суммѣ всѣхъ приложенныхъ силъ.

Примѣчаніе. Для лучшаго пониманія послѣдующаго примемъ, что тѣла, къ коимъ должны быть приложены силы, не имѣютъ тяжести: потому-что если принять въ соображеніе вѣсъ тѣла, то можно принять оное безъ тяжести, которая есть внѣшняя сила, влекущая тѣло къ центру земли.

§ 16. Когда въ одно время и въ одномъ направленіи AQ къ тѣлу A (фиг. 1) приложены двѣ силы P и Q, то послѣдуетъ тоже дѣйствіе, какъ-бы отъ одной силы, равной суммѣ обоихъ P и Q, въ направленіи AQ, потому что какъ обѣ силы P и Q могутъ быть изображены соединенными въ одной точкѣ, то и сила, къ ней приложенная, должна быть равна $P + Q$.

Чтобъ привести въ равновѣсіе сіи двѣ, или всякое число силъ, приложенныхъ къ тѣлу A, въ одномъ и томъ-же направленіи AQ, должно въ противуположномъ направленіи AS приложить силу, равную ихъ суммѣ.

§ 17. Но когда двѣ неравныя силы, P и Q, приложены къ тѣлу A, въ противуположныхъ направленіяхъ AP и AQ, то движеніе должно послѣдовать въ направленіи большей силы P; какъ будто дѣйствуетъ сила, равная разности между P и Q. Чтобъ доказать сіе, изобразимъ силы P и Q линіями AB и AC, тогда сила P представится состоящею изъ AD и DB, изъ коихъ первая равна AC и ей противуположна; тутъ ясно, что силы AD и AC уничтожаютъ другъ друга, а тѣло A можетъ быть движимо только силою DB, т. е. разностью между AB и AC, или P и Q. Приложивъ-же въ направленіи AS, силу $S = P - Q$, возстановится равновѣсіе между си-

лами P и Q. Слѣдовательно, когда извѣстное число силъ дѣйствуетъ на одно тѣло, въ противуположныхъ направленіяхъ, и сумма однѣхъ равна суммѣ другихъ, то равновѣсіе существуетъ; когда-же одна сумма превышаетъ другую, то, для возстановленія равновѣсія, къ меньшей должна быть прибавлена разность между обѣими суммами.

§ 18. Когда сила P (фиг. 2) приложена къ тѣлу A, и направленіе AP перпендикулярно къ прямой линіи EG, то тѣло можетъ двигаться только въ направленіи AP, не отклоняясь ни къ AE, ни къ AG. Но если сила P (фиг. 3) приложена въ наклонномъ направленіи къ линіи EG, то она будетъ оттягивать тѣло въ одно и тоже время отъ линіи EG и отъ перпендикуляра AZ.

Это явствуетъ изъ вышесказаннаго и не требуетъ доказательства.

§ 19. Если сила P (фиг. 3) представится частью ея направленія AB, а изъ точки B проведены будутъ линіи BE и BF перпендикулярно къ линіямъ AE, AZ, то очевидно, что сила P, увлекая тѣло A къ точкѣ B, отдаляетъ его отъ линіи AE на часть $EB = AF$, а отъ линіи AZ на часть $FB = AE$. Слѣдовательно тѣло сіе, въ отношеніи къ первому разстоянію, находится въ томъ-же положеніи, какъ будто-бы была приложена къ

нему сила равная AF; а въ отношеніи къ второму разстоянію, какъ будто-бы приложена сила AE.

§ 20. Когда двѣ силы P и Q (фиг. 4 a и 4 b), приложены въ направленіи AP и AQ, образующемъ уголъ PAQ и изображаемся частями AB, AC ихъ направленіе; то дѣйствіе ихъ равняется дѣйствію одной силы R, изображенной діагональю параллелограмма $ABCD$.

Тутъ могутъ быть слѣдующіе случаи: либо оба угла PAD и QAD, образуемые діагональю и линіями направленія силъ — острые; если одинъ изъ нихъ, напримѣръ QAD, тупой, то другой неминуемо долженъ быть острымъ; или линіи направленія образуютъ съ діагональю одинъ прямой и одинъ острый уголъ; но какъ доказательство для первыхъ двухъ случаевъ, безъ затрудненія можетъ быть приложено и къ послѣднему, то мы особенно о немъ упоминать не будемъ.

1-й *случай*. Легко видѣть, что какъ силы P и Q (Ф. 4 a) не могутъ дѣйствовать ни въ одномъ и томъ-же, ни въ противуположномъ направленіи, то онѣ частью должны уничтожаться; но какъ, по §§ 15 и 16, силы не могутъ быть ни вычитаемы другъ изъ друга, ни причисляемы другъ къ другу; если онѣ не приложены либо въ одномъ и томъ-же,

либо въ противуположномъ направленіи, но, по § 18, силы P и Q должно признать состоящими изъ четырехъ силъ, изъ коихъ двѣ совершенно противуположны, а остальныя двѣ въ одномъ и томъ-же направленіи. Но какъ тѣло A въ одно время можетъ двигаться только по одному направленію, то оно должно быть составлено изъ двухъ совокупно дѣйствующихъ силъ. Для сего нужно, во-первыхъ, чтобъ обѣ противуположныя силы взаимно совершенно уничтожались; иначе тѣло должно-бы слѣдовать по направленію бо́льшей силы, и, въ такомъ случаѣ, въ одно и тоже время двигаться по двумъ направленіямъ; во-вторыхъ, чтобъ совокупленныя двѣ силы дѣйствовали перпендикулярно на обѣ остальныя: безъ того въ каждомъ другомъ направленіи онѣ дѣйствуютъ параллельно прямой линіи, къ которой противуположныя силы перпендикулярны; тогда онѣ не были-бы совершенно уничтожены, какъ здѣсь предположено.

Условія сіи необходимы, чтобъ изъ двухъ боковыхъ силъ AB и AC образовать среднюю AD.

Ежели на той-же плоскости, на которой находятся силы AB и AC, черезъ точку A провесть линію EG перпендикулярно къ діагонали AD и пополнить прямоугольные четвероугольники $AEBF$ и $AGCH$, то можно,

вмѣсто одной силы AB, принять объ AF и AE, а вмѣсто AC, также AH и AG; слѣдовательно AF и AE укажутъ, на сколько сила AB уклоняетъ тѣло отъ прямой EG и AD, точно также силы AH и AG на сколько AC отклоняютъ оное отъ той-же прямой $AHAG$.

Изъ сего очевидно, что разложеніемъ обѣихъ силъ AB и AC, на 4, AF, AE, AH и AG, оба вышеупомянутыя условія исполнены, потому что, во-первыхъ, силы AF и AH дѣйствуютъ совмѣстно и перпендикулярно на противуположныя AE и AG, также оба $\triangle ABF$ и DCH равны, по равенству въ нихъ угловъ и гипотенузъ AB и DC, и $BF = CH$; а какъ $BF = AE$ и $CH = AG$, то и AE должна быть равна AG. Изъ сего слѣдуетъ, что противуположныя силы AE и AG, между собою равны и взаимно уничтожаются. Изъ четырехъ силъ остаются еще двѣ AF и AH и тѣло должно двигаться, какъ-бы влекомо только сими двумя; но какъ онѣ дѣйствуютъ въ одномъ и томъ-же направленіи, то сумма ихъ $AF + AH = AF + FD = AD$.

Слѣдовательно обѣ силы AB и AC могутъ быть сосредоточены въ одну, которая изображается діагональю AD параллелограмма $ABCD$; а какъ тѣло можетъ двигаться по одному только направленію, то и слѣдуетъ,

что средняя сила, образующаяся изъ обѣихъ боковыхъ, выражаемая діагональю AD, есть единственная, которою тѣло можетъ двигаться.

2-й случай. Ежели чрезъ точку A (Фиг. 4 b) на плоскости обѣихъ силъ P и Q, провести прямую линію EG, перпендикулярно къ діагонали AD и дополнить прямоугольники $ABEF$ и $AGCH$, то вмѣсто силы AB, можно принять силы AE и AF, и вмѣсто силы AC, таковыя-же AG и AH. Силы AE и AG совершенно равны и притомъ противуположны; а слѣдовательно уничтожаютъ одна другую. Остаются AF и AH; а какъ и онѣ противуположны, то дѣйствіе ихъ равняется ихъ разности $AF - AH$, или (какъ $AH = DF$), $AF - DF$, а вмѣстѣ съ тѣмъ и діагонали AD.

Когда отношеніе двухъ боковыхъ силъ (какъ напримѣръ Фиг. 4 a и b) P и Q и средняя сила R, выражаются сторонами и діагональю параллелограмма $ABCD$, то сіе называется параллелограммомъ силы.

Опредѣленіе діагонали — посредствомъ сторонъ, и сторонъ — посредствомъ діагонали, называется составленіемъ или разложеніемъ силъ.

Изъ вышесказаннаго явствуетъ, что если нужно уравновѣсить двѣ силы P и Q (Фиг. 5), коихъ направленіе соединяется въ точкѣ A, а части ихъ выражены AB и AC, то должно

составить параллелограммъ силъ, и, продолживъ діагональ DA до точки K, въ направленіи AK, приложить силу S, выражаемую линіею $AK = AD$.

§ 21. Также очевидно, что какъ оба треугольника ABD и ACD подобны и равны, то пропорція силъ можетъ быть выражаема тремя сторонами котораго-либо изъ треугольниковъ; такъ напримѣръ: $P : Q : R = AB : BD : AD$; и слѣдовательно также $P : Q : S = AB : BD : AD$.

§. 22. Когда изъ произвольно принятой точки (фиг. 5), по направленію, составленной изъ P и Q, силы R, опустить два перпендикуляра на направленіе помянутыхъ силъ, и соединить ихъ прямою линіею EF, то обрazуется пропорція $P : Q : R = DF : DE : EF$, потому что, составивъ параллелограммъ, получа́ется:

$$P : Q : R = AB : AC : AD,$$

или $P : Q : R = AB : BD : AD$.

Но какъ углы AED и AFD прямые; то, принявъ AD за діаметръ и описавъ на немъ кругъ, оный долженъ коснуться точекъ E и F, а потому $< BAD = < EFD$ и $< CAD$, или-же $< ADB = < FED$ и $\triangle ABD$ подобенъ $\triangle FDE$; изъ сего слѣдуетъ: что

$$AB : BD : AD = DF : DE : EF, \text{ или}$$

$$P : Q : R = DF : DE : EF.$$

Если въ сей пропорціи, вмѣсто силы R, вставить ей противуположную S, то получится: $P : Q : S = DF : DE : EF$.

Когда нужно опредѣлить лишь отношеніе силъ P и Q, то должно принять пропорцію: $P : Q = DE : DE$, изъ которой явствуетъ, что силы P и Q, въ обратномъ отношеніи перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ произвольной точки направленія средней силы R, на собственныя ихъ направленія. — Сія-же пропорція можетъ быть представлена еще другимъ образомъ, когда $P : Q = DF : DE$; то $P \times DE = Q \times DF$. Произведенія боковыхъ силъ, умноженныхъ на разстоянія перпендикуляровъ ихъ направленій, поставленныхъ изъ одной точки, въ направленіи средней силы, называются моментами силъ P и Q.

§ 23. Въ каждомъ треугольникѣ стороны содержатся, какъ синусы противулежащихъ угловъ; а потому $AB : BD : AD = Sin.\ ADB$ или $QAR\ Sin.\ PAR\ Sin.\ ABD$ или PAQ, потому что $< ABD$ и PAQ суть другъ другу дополнительные; а какъ пропорція $P : Q : R$ или $S = AB : BD : AD$ остается неизмѣнною, то и $P : Q : R$ или $S = Sin.\ QAR\ Sin.\ PAR\ Sin.\ PAQ$; изъ сего явствуетъ, что каждая изъ трехъ силъ $P.Q.R$ или S можетъ быть изображена синусомъ угла, образуемаго направленіемъ двухъ остальныхъ силъ.

§ 24. Когда нѣсколько силъ P, Q, R, S, T, (фиг. 6), представляемые частями ихъ направленій AB, AC, AE, AG и AK — дѣйствуютъ на одну точку A; то можно ихъ всѣхъ соединить въ одну общую силу.

Для сего начнемъ съ AB и AC, и, принявъ ихъ за боковыя, составимъ параллелограммъ $ABCD$; сложная изъ AB и AC, будетъ выражаться діагональю AD, потомъ изъ сей найденной AD и ближайшей AE, составимъ параллелограммъ $ADCF$, чтобъ получить діагональ AF, въ коей соединены силы AD и AE; такимъ образомъ AF есть составная изъ силъ AB, AC и AE. Продолжая, тѣмъ-же порядкомъ, и въ отношеніи къ остальнымъ силамъ, всѣ 5 AB, AC, AE, AG и AK, соединятся наконецъ въ одну AL.

Изъ этого видно, что сколько-бы ни было дано силъ, всѣ можно соединить въ одну, и что, напротивъ, каждая данная можетъ быть опять разложена на произвольное число силъ. Сіи боковыя силы могутъ даже находиться на разныхъ плоскостяхъ, лишь-бы онѣ соединялись въ одной точкѣ, и, по крайней мѣрѣ, двѣ, съ ихъ среднею, находились на одной плоскости; потому-что ежели двѣ прямыя линіи находятся на одной плоскости, то и всѣ проводимыя между ими, будутъ на той-же плоскости.

Слѣдовательно, когда нужно единою силою привести въ равновѣсіе всѣ 5, AB, AC, AE, AG и AK, то должно продолжать AL къ M и въ семъ направленіи приложить силу $M = LA$.

Сіе разложеніе и соединеніе силъ въ особенности употребительно въ Архитектурѣ, гдѣ и въ томъ и въ другомъ часто встрѣчается надобность.

§ 25. Если двѣ боковыя силы P и Q съ ихъ средною R (фиг. 7), соединяются въ точкѣ A и будутъ пересѣчены прямою линіею FE, то образуется слѣдующая пропорція: $P : Q : R = AF \times DE : AE \times DF : AD \times FE$. Чтобъ сіе доказать, нужно изъ точки D, параллельно направленіямъ силъ P и Q, привести линіи DC и DB, чѣмъ составляется параллелограммъ $ABCD$, изъ коего будетъ $P : Q : R = AB$, или $DC : AC$, или $BD : AD$; но въ подобныхъ треугольникахъ EAF и ECD, содержится $EF : AF = ED : DC$; слѣдовательно $DC = \frac{AF \times ED}{EF}$, а въ подобныхъ-же треугольникахъ FAE и FBD, будетъ $FE : AE = FD : BD$; слѣдовательно $BD = \frac{AE \times FD}{FE}$; изъ чего можно заключить, что $P : Q : R = \frac{AF \times ED}{FE} : \frac{AE \times FD}{FE} : AD$. Если въ сей пропорціи три послѣдніе члена помножимъ на величину FE, то получаемъ:

$P : Q : R = AF \times ED : AE \times FD : AD \times FE$.

§ 26. Но когда параллельно FE провести линію KG, то $AF : AE : AD = KF : GE : HD$; также $AF \times DE : AE \times DF : AD \times FE = KF \times DE : GE \times DF : HD \times FE$; слѣдовательно $P:Q:R = KF \times DE:GE \times DF:HD \times FE$.

§ 27. Изъ предъидущаго явствуетъ, что чѣмъ точка A отдаленнѣе отъ линіи FE, или чѣмъ уголъ PAQ становится острѣе, тѣмъ линіи KF, GE и HD становятся ровнѣе. Но если точку A переставить на безконечно отдаленное разстолніе отъ EE, то линіи сіи сдѣлаются совершенно равны и направленіе силъ (какъ въ фиг. 8), сдѣлается параллельно. Если въ пропорціи:

$$P : Q : R = KF \times DE : GE \times DF : HD \times FE$$

сопропорціональные члены раздѣлить на равныя величины KF, GE, HD, то $P : Q : R = DE : DF : FE$; изъ чего слѣдуетъ во-первыхъ, что средняя сила, составленная изъ двухъ параллельно дѣйствующихъ, должна имъ также быть параллельна, и равняется ихъ суммѣ, потому что $FE = FD + DE$; во-вторыхъ, что направленіе средней силы, проходя чрезъ точку D, въ отношеніи къ силамъ P и Q, находится въ отношеніи перпендикуляровъ или косыхъ разстояній направленій, приложенныхъ къ сей точкѣ, потому что

$$P : Q = DE : DF.$$

Слѣдовательно, когда (фиг. 9) двѣ параллельныя силы P и Q, дѣйствуютъ на концахъ прямой негибкой линіи FE, коей вѣсу не полагается, и нужно на ней найти точку, къ которой должна быть приложена сила, равнодѣйствующая P и Q, достаточно раздѣлить линію FE на двѣ равныя части въ точкѣ D, которыя будутъ въ обратномъ отношеніи къ приложеннымъ силамъ; т. е.

$$P : Q = ED : FD, \text{ или } P + Q : P : Q = FE : ED : FD,$$

потому-что въ направленіи DS, параллельномъ направленіямъ силъ P и Q, должна находиться точка упора, или сила $S = P + Q$.

Но когда между силами P, Q и S сохраняется равновѣсія, то каждая изъ нихъ можетъ быть признана уравновѣшивающею, остальныя двѣ въ совершенно-противуположномъ направленіи. Разсматривая напримѣръ силу Q, видно, что она параллельна обѣимъ, P и S; также что она дѣйствуетъ въ точкѣ D, подлѣ бо́льшей силы S, и въ томъ-же направленіи, какъ меньшая P; и наконецъ, что она равна разности между сими двумя силами, потому что $FD = FE - DE$; точка-же E опредѣляется посредствомъ слѣдующей пропорціи:

$S : P = FE : DE$, или $S - P : P = EF - DE$,
или $FD : DE$,

въ коей первые три члена извѣстны.

Примѣчаніе. Изъ теоріи разложенія и сосставленія силъ, легко можно извлечь еще множество замѣчательныхъ выводовъ, но по причинамъ, уже въ началѣ приведеннымъ, мы ограничимся здѣсь нами изложеннымъ.

ГЛАВА II.

О РЫЧАГѢ.

---

§ 28. *Математическимъ рычагомъ* называется прямая негибкая линія, принимаемая вовсе неимѣющею тяжести, къ которой въ двухъ разныхъ точкахъ, напримѣръ къ общимъ оконечностямъ A и B (фиг. 10), приложены, въ одной и той-же плоскости, двѣ противудѣйствующія силы P и Q такимъ образомъ, что если равновѣсіе между ими уничтожится, то линія сія должна вращаться на третьей неподвижной или подпорной точкѣ O.

Физическій или естественный рычагъ отъ математическаго отличается тѣмъ, что имѣетъ нѣкоторую толщину и тяжесть

(фиг. 29). Здѣсь идетъ рѣчь объ одномъ только математическомъ рычагѣ.

§ 29. По различному примѣненію давленія, силы и подпорной точки, извѣстны три рода рычаговъ:

a) Рычагъ перваго рода (фиг. 12 *a*), у котораго точка подпора или вращенія O находится между силами P и Q.

b) Рычагъ втораго рода (фиг. 12 *b*), у коего давленіе Q находится между подпорною точкою O и силою P. При сихъ двухъ родахъ рычаговъ сила и давленіе противудѣйствуютъ другъ другу, какъ-то видно изъ самой фигуры.

c) Рычагъ третьяго рода (фиг. 12 *c*, ABO), у коего сила P находится между давленіемъ Q и точкою подпора O, такъ что и здѣсь давленіе и сила противудѣйствуютъ другъ другу.

Есть еще родъ рычаговъ, называемый ломаннымъ (фиг. 12 *d*), составляющій неизмѣнный уголъ AOB, который около вершины своей O, дѣйствіемъ двухъ къ нему на одной плоскости приложенныхъ силъ P и Q, можетъ вращаться по двумъ противуположнымъ направленіямъ. Эти рычаги называются также угловатыми; ихъ можно однако-же отнести къ первому роду, потому-что точка подпора O находится между силою и давленіемъ.

Рычаги перваго рода называются также двуплечными, тогда какъ рычаги втораго и третьяго рода называются одноплечными.

При двуплечномъ рычагѣ обѣ силы дѣйствуютъ вмѣстѣ, или къ верху, или къ низу; при одноплечныхъ-же одна сила дѣйствуетъ къ верху, другая къ низу.

Какъ сопротивленіе въ точкѣ подпора можно принять за силу, приложенную къ рычагу; то очевидно, что для составленія или изъясненія равновѣсія сей машины, должно узнать отношеніе силъ, дѣйствующихъ на одной и той-же плоскости, и приложенныхъ къ математическому рычагу.

Но когда дѣло идетъ о естественномъ рычагѣ, то и тяжесть его должна быть принята за дѣйствующую съ нимъ силу, какъ упомянуто будетъ въ § 44.

§ 30. Двѣ противуположныя силы, приложенныя къ рычагу, находятся въ равновѣсіи, когда перпендикуляры разстолніи ихъ направленія находятся въ обратной пропорціи отъ точки упора или подпорки; слѣдовательно, ихъ моменты равны.

Когда (фиг. 11 *a*, *b* и *c*) къ рычагамъ 1, 2 и 3 рода, или къ ломанному рычагу (фиг. 11 *d*), приложены въ равновѣсіи 3 силы P, Q и S, то, по сказанному въ § 20, сіе равновѣсіе существовать можетъ только тогда, если двѣ

изъ нихъ соединены въ одну, а сія равна нитьей и прямо ей противодѣйствуетъ. Но какъ, по § 24, двѣ боковыя съ ихъ среднею или составною силою должны, или находиться на одной и той-же плоскости, или соединиться въ одной точкѣ, или-же должны быть другъ другу параллельны.

Ежели предполагать, что направленія сихъ трехъ силъ, сосредоточиваются въ R, и изъ точки O средняго направленія провести линіи OM, ON параллельно съ направленіемъ боковыхъ силъ P и Q, чтобъ тѣмъ составить параллелограммъ $RMON$, то по § 21, получится:

$$P : Q : S = RM : RN, \text{ или } MO : RO;$$

также по § 23,

$$P : Q : S = Sin.\ ORN : Sin.\ ORM : Sin.\ MRN.$$

Соотношеніе трехъ силъ P, Q и S, можетъ быть опредѣлено, когда направленія ихъ извѣстны.

Ежели изъ точки O перпендикулярно къ направленіямъ силъ P и Q провести линіи OE и OF, то, по § 22, получается:

$$P : Q = OF : OE;$$

слѣдовательно $P \times OE = Q \times OF$, т. е. моментъ силы P равенъ моменту силы Q. Это-же замѣчается и при всѣхъ родахъ рычаговъ, коль скоро обѣ силы P и Q параллельны (какъ въ фиг. 12 a, b, c и d), потому что подпорная точка, во всякомъ случаѣ, должна

находиться въ направленіи средней силы S, за тѣмъ, какъ и въ § 27, $P : Q = OF : OE$; слѣдовательно $P \times OE = Q \times OF$.

Когда силы дѣйствуютъ параллельно (какъ въ фиг. 12 a, b, c и d), то и точки AOB находятся въ прямой линіи, а у ломаннаго рычага (фиг. 12 d) точка O находится въ вершинѣ угла AOB, а точки A и B на оконечностяхъ бедръ онаго; посему будетъ (фиг. 12 a, b, c и d) $P : Q = OB : OA$; потому что, по подобію $\triangle$ OFB и OEA, содержится $OF : OE = OB : OA$, изъ чего слѣдуетъ, что какъ при прямомъ, такъ и при ломанномъ рычагѣ, параллельно-дѣйствующія силы (или что по § 11 равно, сила и давленіе), въ случаѣ равновѣсія, находятся въ обратномъ отношеніи ихъ плечъ, а отъ того $P \times OA = Q \times OB$, т. е. произведеніе силы, умноженной на длину плечъ, между собою равны. Такимъ-же образомъ можно доказать, что когда двѣ противуположныя силы P и Q, приложены къ рычагу не въ обратной пропорціи разстоянія, то онѣ не могутъ быть въ равновѣсіи.

Примѣчаніе. Обыкновенно направленіе силъ принимается (какъ въ фиг. 10 и 13 a и b) перпендикулярно къ рычагу (коль скоро противное тому неусловлено); а въ семъ случаѣ плечи рычага суть разстоянія силы.

Такъ-какъ силы дѣйствуютъ на рычагъ въ обратномъ отношеніи ихъ разстояній, то изъ сего слѣдуетъ, что всѣ три рода рычаговъ, въ отношеніи къ силѣ и давленію, имѣютъ разныя свойства; а потому рычаги перваго и втораго рода меньшею силою удерживаютъ бо́льшее давленіе въ равновѣсіи; рычагъ-же третьяго рода, напротивъ того, меньшее давленіе долженъ преодолѣвать бо́льшею силою.

Изъясняемое здѣсь о математическомъ рычагѣ ведетъ къ рѣшенію слѣдующихъ задачъ:

§ 31. Дана длина обоихъ плечъ, какъ прямаго такъ и ломаннаго рычага AOB (фиг. 13 *a* и *b*), а также и давленіе, приложенное къ кратчайшему изъ нихъ AO; — надобно найти силу P, которая для равновѣсія должна быть приложена къ длинному плечу рычага BO. Для сего, по § 30, будетъ $OB : OA = Q : P$; слѣдовательно сила $P = \frac{Q \times OA}{OB}$; или, какъ по моментамъ силъ должно быть, $P \times OB = Q \times OA$, то также $P = \frac{Q \times OA}{OB}$. Если, напримѣръ $OA = 6$ фунтамъ, $OB = 10$ фунтамъ, а $Q = 100$ фунтамъ, то будетъ $P = \frac{100 \times 6}{10} = 60$ фунтамъ.

Когда требуется приложить силу P въ разстояніи 15 футовъ отъ точки C, плеча рычага OC, то, для равновѣсія дѣйствія силы, должно быть $P = \frac{100 \times 6}{15} = 40$ фунтамъ.

§ 32. Даны, приложенныя къ рычагу, двѣ силы P и Q и разстоянія между ими AB (фиг. 13 a): опредѣлить точку подпора.

Такъ какъ двуплечнаго рычага AOB обѣ силы дѣйствуютъ въ одну сторону, то, согласно вышесказанному, точка подпора должна находиться между ими. Положимъ, что разстояніе силы P есть BO; въ такомъ случаѣ, $P : Q = OA : OB$, но, по математическимъ законамъ, когда четыре величины между собою пропорціональны, то и суммы или разности относительныхъ членовъ должны быть пропорціональны; почему $P + Q : Q = OA + OB : OB$, но $AO + OB = AB$. Слѣдовательно $P + Q : Q = AB : OB$. И такъ $BO = \frac{AB \times Q}{P + Q}$.

Когда надобно найти OA, то сдѣлаемъ посылку, что $P + Q : P = AB : AO$; изъ чего слѣдуетъ, что $AO = \frac{AB \times P}{P + Q}$.

Сіи обыкновенныя выраженія для рычага перваго рода, могутъ быть употреблены и въ отношеніи ломанныхъ рычаговъ (фиг. 13 b), гдѣ плечи $AO + BO$ представляютъ всю длину рычага AB (фиг. 13 a). Ежели, какъ и прежде, принять, $P = 60$ фунтамъ, $Q = 100$ фунтамъ; а $AB = 16$ фунтамъ, и нужно опредѣлить точку подпора для равновѣсія, то должно принять въ соображеніе, что для

бо́льшаго рычага потребно меньшее, а для меньшаго вѣсу бо́льшее плечо, и въ отношеніи разстоянія силы отъ точки подпора O пропорція $P + Q : Q = AB : BO$. Если тутъ, вмѣсто $P + Q : Q$ и AB, вставить данныя величины, то будетъ $160 : 100 = 16 : BO$; или $BO = \frac{16 \times 100}{160} = 10$ футамъ. Но какъ $AB - BO = AO$, то $AO = 6$ футамъ.

Когда для бо́льшаго вѣсу Q потребно меньшее плечо рычага, то до́лжно заключить, что $P + Q : P = AB : AO$, или $160 : 60 = 16 : AO$; т. е. $AO = \frac{16 \times 60}{160} = 6$ футамъ; но $AB - AO = OB$. Слѣдовательно для бо́льшаго плеча выходитъ опять 10 футъ.

Но когда силы дѣйствуютъ въ противуположныхъ между собою направленіяхъ, то точка подпора (§ 29) должна находиться въ сторонѣ отъ нихъ, а рычагъ долженъ быть втораго или третьяго рода (что свойственно рычагу втораго рода, то свойственно и рычагу третьяго рода; ибо все равно: которую изъ двухъ дѣйствующихъ принять за силу и которую за давленіе).

Даны — рычага втораго рода (фиг. 13 *c*) подпорная точка и силы P и Q; — требуется узнать разстояніе OB силы P, которое приводило-бы въ равновѣсіе, приложенную къ другому плечу рычага, силу Q? — Предположимъ

точку подпора въ O, тогда для равновѣсія должно $P : Q = AO : OB$. Или-же, какъ выше упомянуто: $P - Q : Q = AO - OB : OB$. Но $AO - OB = AB$, то $P - Q : Q = AB : OB$ опредѣляетъ разстояніе большей силы или длину меньшаго плеча; а потому $OB = \frac{AB \times Q}{P - Q}$.

Дано разстояніе силы P; — пребуется опредѣлить длину всего рычага, посредствомъ коего давленіе Q могло-бы быть приведено въ равновѣсіе съ силою P. Въ семъ случаѣ должно употребить пропорцію: $P - Q : P = AO - OB : AO$. Но какъ $AO - OB = AB$; то будетъ $P - Q : P = AB : AO$, и также $AO = \frac{AB \times P}{P - Q}$.

Ежели сила $P = 160$ фунтамъ, а давленіе $Q = 60$ фунтамъ, предполагая при томъ длину одноплечнаго рычага $AB = 16$ фунтамъ: надобно узнать OB разстояніе силы P отъ точки подпора, чтобъ привести въ равновѣсіе давленіе Q, дѣйствующее на другое плечо рычага.

Мы нашли, что $OB = \frac{AB \times Q}{P - Q}$; но AB, или разстояніе обѣихъ силъ, хотя еще неизвѣстное, опредѣлится выраженіемъ $AO - OB = AB$.

Чтобъ найти OB, выразимъ $P - Q : Q = AO - OB : OB$, или $100 : 60 = 16 -$

$OB : OB$; также 100 OB = 960 — 60 OB; тогда 160 OB = 960; слѣдовательно, $OB = \frac{960}{160}$ = 6 футамъ; а за тѣмъ, для разстоянія силы AB остается 10 футъ.

Наконецъ, можетъ потребоваться при данномъ разстояніи OB извѣстной силы Q, опредѣлить длину всего рычага, приводящаго силы P и Q въ равновѣсіе.

Для сего прибѣгнемъ къ слѣдующей посылкѣ: $P - Q : P = AO - OB : AO$, или $100 : 160 = AO - 6 : AO$. Посему $160\ AO - 960 = 100\ AO$; слѣдовательно $AO = \frac{960}{60} = 16$ футамъ; что̀ и будетъ искомая длина всего рычага.

Примѣчаніе. О теоріи рычаговъ можно-бы распространиться гораздо болѣе; но какъ и изложеннаго здѣсь достаточно для объясненія приводимыхъ нами выводовъ — то ограничимся только необходимыми указаніями по сему предмету. Что касается до естественнаго рычага, то большая часть теоріи математическаго рычага можетъ быть къ нему примѣнена; но, для дальнѣйшихъ объясненій о первомъ, приведемъ прежде теорію — центра тяжести.

ГЛАВА III.

О ЦЕНТРАХЪ ТЯЖЕСТИ

и

СТОЙКОСТИ ТѢЛЪ ВООБЩЕ.

---

§ 33. Изъ сказаннаго въ § 8 о тяжести явствуетъ, что въ тѣлахъ разныхъ родовъ, тяжесть пропорціональна количеству вещества, содержащагося въ равныхъ объемахъ, — т. е. пропорціональна плотности тѣла. Посему тѣ тѣла, коихъ составныя частицы мелче и плотнѣе, имѣютъ и болѣе тяжести; — желѣзо и камень тяжелѣе дерева.

§ 34. Если какое-либо тѣло неподвижно лежитъ на землѣ или на чемъ-бы то ни было, образующемъ ровную плоскость, то всю ту сторону, которою оно касается сей плоскости, называютъ основаніемъ тѣла, и говорятъ, что тѣло поддерживаемо или подперто тѣмъ, на чёмъ оно лежитъ. Но если тѣло покоится на нѣсколькихъ отдѣльныхъ подпоркахъ, болѣе или менѣе острыхъ (напримѣръ, если что-нибудь поднято на концахъ пальцевъ): то плоскость, образуемая прямыми линіями, умственно проведенными между подпорками, есть основаніе тѣла.

§ 35. Въ § 8 уже объяснили мы что̀ есть центръ тяжести тѣла; здѣсь прибавимъ только, что если тѣло (фиг. 14) въ произвольной точкѣ его поверхности повѣшено за веревку, то оно должно принять такое положеніе, чтобы продолженіе веревки проходило черезъ центръ G тяжести тѣла, или образовало въ немъ ось, вокругъ которой всѣ части его будутъ въ равновѣсіи.

При каждой перемѣнѣ точки, къ которой касается веревка, — продолженіе направленія оной измѣняетъ и ось; но замѣтить должно, что, по сдѣланнымъ опытамъ, всѣ сіи оси проходятъ чрезъ центръ тяжести тѣла, а по сему каждую ось можно назвать *линіею центра тяжести.* Сей центръ въ тѣлахъ правильныхъ и однородныхъ всегда находится въ срединѣ массы, какъ видно на фиг. 15.

§ 36. Прежде называли и теперь иногда называютъ центръ тяжести тѣла — средоточіемъ тяжести его; но не должно полагать оное такою точкою, которая, если разрѣзать тѣло съ произвольной стороны прямою плоскостью *), раздѣляла-бы тѣло на двѣ равновѣсныя половины, или — если тѣло однородное, то чтобъ сіи половины были и равномѣрны; а

*) Плоскость сію можно назвать плоскостью центра тяжести.

также чтобъ центръ тяжести могъ быть и центромъ объема тѣла. Такой центръ объема, какъ мы въ послѣдствіи докажемъ, существуетъ только въ очень немногихъ тѣлахъ, хотя-бы онѣ и состояли сплошь изъ однороднаго вещества. Но каждое тѣло, какой-бы оно ни было формы, однородное или разнородное, имѣетъ свой центръ тяжести.

Изъ сказаннаго легко видно, что центръ тяжести не всегда долженъ находиться въ объемѣ тѣла, — но можетъ быть и внѣ онаго, въ совершенно-пустомъ пространствѣ, или лишь частью только занятомъ массою тѣла; такъ, напримѣръ, центръ тяжести бомбы находится во внутреннемъ, пустомъ, ея пространствѣ; также точно и въ сводѣ.

§ 37. По вышесказанному, тѣло нѣкоторой тяжести можетъ держаться въ равновѣсіи даже на остромъ концѣ, или на одной точкѣ, лишь-бы эта точка находилась на линіи, совершенно перпендикулярной къ центру тяжести. Сколь легко удовлетворить послѣднему требованію, повѣсивъ тѣло на веревкѣ, столь затруднительно поставить тѣло на остріе, или на одну точку (фиг. 16), потому что для сего нѣтъ никакихъ данностей: тогда какъ привязанная къ тѣлу веревка не оставляетъ опор. Впрочемъ равновѣсіе, которое столь легко можетъ быть нарушено, не при-

лагается къ разнымъ частямъ зданій, требующихъ прочнаго и непоколебимаго основанія.

§ 38. Изъ предыдущаго явствуетъ: что если неправильное тѣло (Фиг. 17) основаніемъ своимъ *de*, поставлено на горизонтальную плоскость и проведенный изъ центра его тяжести перпендикуляръ не выходитъ изъ сего основанія, то тѣло будетъ держаться съ нѣкоторою твердостью на плоскости; также если (Фиг. 18) перпендикуляръ изъ центра тяжести упадетъ въ конечную точку основанія *e*, то тѣло, хотя и можетъ держаться въ равновѣсіи, но малѣйшій толчекъ опрокинетъ его за точку *e*. Наконецъ, если перпендикуляръ *ab* (Фиг. 18), опущенный изъ центра тяжести, упадетъ за точку *e*, то тѣло уже не можетъ удержаться на своемъ основаніи. — Это преимущественно относится почти до всѣхъ неправильныхъ тѣлъ. Призмы-же, параллелопипеды и цилиндры, лишь бока ихъ были бы перпендикулярны основанію, и сами они поставлены на горизонтальную плоскость, — имѣютъ твердую стойкость.

§ 39. Когда центръ тяжести упомянутыхъ въ предъидущемъ § тѣлъ, находится на оси, проходящей также и чрезъ центръ основанія сихъ тѣлъ, тогда существуетъ во всѣхъ частяхъ равное сопротивленіе или стойкость. Должно замѣтить, что стойкость призмъ,

при равныхъ основаніяхъ, уменьшается по мѣрѣ прибавленія ихъ высоты. Посему параллелопипеды, изображенныя на фигурахъ 19, 20, 21 и 22, въ отношеніи къ тяжести, высотою содержатся, какъ 1 : 2 : 4 : 8, стойкостью 1 : $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$: $\frac{1}{8}$; при условіи однакожъ, чтобъ тѣла сіи находились совершенно перпендикулярно къ горизонтальной плоскости. Но какъ сія условная степень совершенства перпендикуляра невозможна на дѣлѣ, то уменьшеніе стойкости принимаетъ (чему ежедневно видимъ примѣры и въ чемъ удостовѣряютъ опыты) гораздо быстрѣйшую прогрессію, до того, что призма, имѣющая въ высоту 40 разъ свое основаніе, уже не можетъ устоять.

§ 40. Стойкость тѣлъ съ равными основаніями уменьшается пропорціонально увеличенію центра тяжести отъ основанія. А какъ въ призмахъ, параллелопипедахъ и цилиндрахъ (это доказано будетъ въ своемъ мѣстѣ) центръ тяжести на половинѣ ихъ оси, тогда какъ въ пирамидахъ и конусахъ онъ на $\frac{1}{4}$ высоты, то и стойкость пирамиды къ стойкости призмы содержится какъ 2 : 1, т. е. она вдвое болѣе.

§ 41. Стойкость равнообразныхъ и равновысокихъ тѣлъ содержится какъ діаметръ ихъ основанія, а не какъ ихъ поверхности; а потому стойкость параллелопипедовъ, фиг. 23,

24, 25 и 26, коихъ основанія видны (фиг. 23′, 24′, 25′ и 26′), и содержится, какъ 1 : 2 : 3 : 4 : 8, а возрастаетъ, какъ $\sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4} : \sqrt{8}$.

Знаніе центра тяжести необходимо для исчисленія сопротивленія, дѣйствія и стойкости частей, составляющихъ зданіе. Бываютъ случаи, гдѣ не нужно принимать въ соображеніе форму тѣла; въ особенности-же тамъ, гдѣ оно дѣйствуетъ одною лишь тяжестію своею, которая можетъ быть представлена сосредоточенною въ одной точкѣ.

Приступимъ теперь къ изученію способовъ: какъ отыскивать центръ тяжести линій, плоскостей и тѣлъ, наиболѣе употребительныхъ въ строительномъ искусствѣ.

ГЛАВА VI.

О ЦЕНТРѢ ТЯЖЕСТИ ЛИНІЙ.

§ 42. Хотя математическая линія не имѣетъ никакой толщины, а потому и не можетъ имѣть вѣсу, но можно представить ее состоящею изъ безчисленнаго множества точекъ или составныхъ частицъ, изъ коихъ каждая имѣетъ нѣкоторый вѣсъ. Точки сіи въ прямой линіи находятся всѣ въ одномъ и томъ-же направ-

ленiи, а въ кривой каждая точка измѣняетъ направленiе.

---

1) *О центрѣ тяжести прямой линiи.*

§ 43. Центръ тяжести прямой линiи AB (фиг. 27) находится на срединѣ оной.

Представимъ себѣ сiю линiю подпертою только въ точкѣ C; тогда обѣ равныя половины ея, состоя изъ точекъ равно тяжелыхъ, должны быть въ равновѣсiи; а потому прямая линiя въ горизонтальномъ и косвенномъ положенiи (фиг. 28), лишь-бы была подперта въ срединѣ, должна покоиться неподвижно. Слѣдовательно центръ тяжести каждой прямой линiи есть ея средина.

§ 44. Каждый естественный рычагъ, когда онъ вездѣ равной толщины и одинаковаго вещества, можетъ быть принятъ за линiю, какъ мы ее описали въ предъидущемъ §. Центръ его тяжести находится въ срединѣ и можетъ быть принятъ за третью равную.

Теперь мы можемъ обратиться (см. § 32) къ поясненiямъ объ употребленiи рычаговъ. Представимъ себѣ такой естественный рычагъ AOB (фиг. 29); къ концамъ его приложимъ тяжести P и Q; — тогда по разстоянiямъ своимъ AO и OB, онѣ должны быть въ равновѣсiи; но сiе равновѣсiе, очевидно, мо-

жетъ существовать только по присоединеніи вѣса естественнаго рычага. Сей вѣсъ можетъ быть принятъ какъ приложенный къ срединѣ въ D и дѣйствующій въ видѣ третьей тяжести G; тогда уже самъ рычагъ остается чисто математическій, на который дѣйствуютъ 3 тяжести.

Положимъ, что даны P, Q и G. Нужно сыскать точку подпоры O естественнаго рычага, на которой P и Q были-бы въ равновѣсіи. Для сего заключимъ; что въ состояніи равновѣсія $OB \times Q = AO \times P + DO \times G$; слѣдовательно, $Q = \frac{AO \times P + DO \times G}{OB}$ и $P = \frac{OB \times Q + DO \times G}{AO}$. Это будетъ выраженіе обѣихъ тяжестей P и Q, состоящихъ въ равновѣсіи; но для опредѣленія точки подпоры O и вѣса рычага (кромѣ тяжестей извѣстны намъ только разстоянія AB и AD, или DB), — должно прибавить выведенныя уравненія $OB = AB - AO$ и $OD = AO - AD$, чтобъ получить $AB \times Q - AO \times Q = AO \times P + AO \times G - AD \times G$; также $AB \times Q + AD \times G = (P + Q + G) \times AO$; слѣдовательно $\frac{AB \times Q + AD \times G}{P + G + Q} = AO$.

Такимъ образомъ опредѣлится одно плечо рычага, слѣдовательно и другое. Изъ этого видно, какъ должно поступать и въ другихъ

подобныхъ случалхъ. Присовокупимъ еще примѣръ употребленія рычага.

Въ случаѣ вопроса: сколько давленіе данной тяжести дѣйствуетъ на одну стойку болѣе, чѣмъ на другую, когда она приложена между ими, но къ одной стойкѣ ближе, чѣмъ къ другой?

Если AB (фиг. 30) есть брусъ, коего концы A и B подперты стойками AB и BF, и онъ не токмо собственною тяжестью, но и другою, къ нему приложенною въ точкѣ C (или въ разныхъ еще пунктахъ) давитъ стойки AD и BF, и нужно опредѣлить давленіе, дѣйствующее на каждую изъ нихъ особо; то должно поступить слѣдующимъ образомъ: сыскать центръ тяжести всѣхъ давленій, въ которомъ представится ихъ сумма $= S$. Соединеніе сіе получается, когда, сложивъ всѣ моменты, раздѣлить произведеніе на сумму всей тяжести.

Положимъ, что сія точка находится въ E; тогда прямая линія AB, безъ собственной тяжести, подперта въ точкахъ A и B, и къ ней въ точкѣ E приложена тяжесть $= S$; тутъ, если примемъ, вмѣсто стойки A, силу P, которая равновѣсна S: то, по § 30, $P \times AB = S \times EB$; слѣдовательно, $P = \frac{S \times ED}{AB}$ опредѣляетъ давленіе на стойку AD. Точно такѣ же,

принявъ вмѣсто стойки BF, въ точкѣ B, силу Q, равновѣсную съ S, будетъ $Q \times AB = S \times AE$, равно $Q = \frac{S \times AE}{AB}$; а вмѣстѣ съ $P : Q = \frac{S \times BE}{AB} : \frac{S \times AE}{AB}$; т. е. давленіе на стойки находится въ обратномъ содержаніи къ разстоянію отъ точки E.

Если все разстояніе $AB = 50$ футамъ, а AE найдено $= 15$ фут.; то $BE = 35$ фут.; если вся тяжесть въ $E = 1000$ фунтамъ, то будетъ $35 : 15 = P : Q$, а по § 32, $35 + 15 : 15 = P + Q : Q$; но $P + Q = 1000$ фунт.; тутъ $50 : 15 = 1000 : Q$; слѣдовательно $Q = 300$ фунтамъ, а $P = 700$ фунтамъ. — Это тяжести, которыя оказываютъ давленіе на каждую стойку.

Посредствомъ прописанной формулы, можно опредѣлить величины P и Q.

Употребленіе и приложенія рычага столь много различны, что должно предоставить собственному произволу нашихъ читателей выводъ тѣхъ приложеній, которыя будутъ требоваться обстоятельствами.

---

2) *О центрѣ тяжести полукруга.*

§ 45. Какъ точки, составляющія кривую линію, не находятся въ одномъ и томъ-же направленіи, то и середина сей линіи не мо-

жетъ быть принята за центръ ея тяжести; т. е. если, напримѣръ, полукружіе подперто въ срединѣ, то оно только въ двухъ противуположныхъ направленіяхъ можетъ удержаться въ равновѣсіи; въ первомъ обѣ оконечности находятся ниже подпорки; во второмъ онѣ выше оной; однакожъ такъ, чтобъ въ обѣихъ случаяхъ кривая линія находилась на горизонтальной плоскости.

§ 46. Нужно опредѣлить центръ тяжести полукруга *ABCDE* (фиг. 31). Для сего представимъ себѣ его раздѣленнымъ на произвольное, но равное, число дугъ; напримѣръ на *AB*, *BC*, *CD* и *DE*; приведемъ симъ дугамъ хорды и раздѣлимъ каждую на двѣ равныя части; тогда точки дѣленія, *M*, *N*, *P* и *K*, укажутъ центры тяжести сихъ хордъ; потомъ, проведя линіи *MN* и *PK*, и раздѣливъ ихъ въ *Q* и *I* по поламъ, получимъ въ *Q* центръ тяжести хордъ *AB* и *BC*; точно также *I* будетъ центромъ тяжести хордъ *CD* и *DE*. Наконецъ протягиваютъ линію *QI* и раздѣляютъ ее на двѣ равныя части въ точкѣ *G*; тогда *G* и будетъ центромъ тяжести хордъ *AB*, *BC*, *CD* и *DE*.

Теперь, чтобы почитѣ опредѣлить разстоянiе центра тяжести *G* отъ центра полукруга *F*, проведемъ линію *FK* перпендикулярно къ *DE*, также радіусы *DF* и *EF*, хорду *CE* и

діаметръ AE; тогда, во-первыхъ, въ двухъ треугольникахъ KIF и $DHE < FIK = EHD = 90°$ и $< IFK = HED$. Слѣдовательно, $< IKF = HDE$ и $\triangle$ KIF и DHE подобны; изъ чего заключить можно, что

$$ED : EH = FK : FI;$$

также $2ED : 2EH = FK : FI$;

по $2ED = CD + DE$ и $2EH = EC$. Слѣдовательно $CD + DE : EC = FK : FI$. А какъ притомъ $< CRE = IGF$ и $< CER = GFI$, то и $< RCE = GIF$ и $\triangle$ ECR и FIG подобны; слѣдовательно:

$$EC : ER = FI : FG.$$

Мы видѣли, что $CD + DE : EC = FK : FI$; почему $CD + DE : ER = FK : FG$; но можно также послать $2(CD + DE) : 2ER = FK : FG$; — однакожъ $2(CD + DE) = AB + BC + CD + DE$ и $2ER = AE$; слѣдовательно:

$$AB + BC + CD + DE : AE = FK : FG.$$

А по этому вообще сумма всѣхъ равной величины хордъ полукруга содержится къ хордѣ всего полукруга, какъ перпендикуляръ изъ центра круга возстановленный на которую-либо изъ хордъ, содержится къ разстоянію центра тяжести отъ центра круга.

Если представить себѣ, что полукругъ раздѣленъ на безконечно малыя дуги, то длина всѣхъ хордъ будетъ равна длинѣ полукруга

и перпендикуляръ, возстановленный изъ центра круга на которую-либо хорду, есть радіусъ круга; слѣдовательно, въ отношеніи къ центру тяжести круга, длина дуги относится къ ея хордѣ такъ, какъ радіусъ круга къ разстоянію центра тяжести круга. Для полукруга-же половина окружности содержится къ діаметру, какъ радіусъ къ разстоянію центра тяжести полукруга отъ центра онаго.

Примемъ фиг. 32. Для отысканія центра тяжести сего полукруга пошлёмъ:

$ADB : AB = CD : CE$, то $CE = \frac{AB \times CD}{ADB}$.

Въ полныхъ кругахъ діаметры суть также и линіи центра тяжести; а потому центръ, въ которомъ онѣ пересѣкаются, есть и центръ тяжести круга. Это относится и до всѣхъ кривыхъ симетрическихъ линій съ однимъ центромъ; также и до всѣхъ прямолинейныхъ фигуръ, имѣющихъ равные и симетрическіе полигоны.

ГЛАВА V.

О ЦЕНТРѢ ТЯЖЕСТИ ПЛОСКОСТЕЙ.

§ 47. Для предположенія въ какой-либо плоскости центра тяжести, необходимо предпо-

лагать въ этой плоскости нѣкоторую толщину и однородность вещества.

---

1) *О центрѣ тяжести параллелограмма.*

§ 48. Центръ тяжести параллелограмма, какъ прямоугольнаго, такъ и наклонаго параллелограмма, равно квадрата *ABCD*, — фиг. 33, 34 и 35, находятъ: раздѣливъ каждую изъ сторонъ сихъ плоскостей по поламъ и соединивъ точки дѣленія противулежащихъ сторонъ линіями *EF* и *GH*; гдѣ сіи линіи пересѣкутся, тамъ *I* есть центръ тяжести параллелограмма; его также не трудно опредѣлить и однимъ пересѣченіемъ діагоналей; геометрическое доказательство сего весьма легко по фиг. 33, 34 и 35.

Если принять, что параллелограммъ состоитъ изъ безчисленнаго множества элементовъ, параллельныхъ сторонѣ *AB*; — то линія *EF* всѣхъ ихъ раздѣлитъ по поламъ, и центръ тяжести долженъ находится на ней; сія *EF* есть линія центра тяжести или ось. Точно также съ другой стороны *GH* есть ось, раздѣляющая по поламъ всѣ элементы, параллельные линіи *AD*; слѣдовательно центръ тяжести параллелограмма долженъ быть въ *I*, гдѣ обѣ оси *EF* и *GH* одна другую пересѣкаютъ.

---

2) *О центрѣ тяжести треугольника.*

§ 49. Для отъисканія центра тяжести треугольника ABC (фиг. 36) нужно раздѣлить по поламъ которую-либо сторону опаго, представивъ себѣ элементы треугольника параллельными, напримѣръ, BC; изъ этой точки D къ противулежащему углу A провести прямую AD; — тогда всѣ сіи элементы будутъ раздѣлены на двѣ равныя части, и центръ тяжести треугольника долженъ находиться на сей линіи AD; т. е. она ось его. Потомъ представимъ себѣ элементы сего-же треугольника параллельными сторонѣ AC, и, раздѣливъ ее по поламъ, проведемъ, какъ прежде, AD; здѣсь линія BE также будетъ осью треугольника. Слѣдовательно центръ тяжести непремѣнно долженъ находиться на пересѣченіи сихъ двухъ осей въ точкѣ F.

§ 50. Если въ треугольникѣ ABC (фиг. 36) опредѣлена ось AD, то разстояніе центра тяжести отъ вершины треугольника составляетъ $\frac{2}{3}$ всей сей линіи, или $\frac{1}{3}$ ея длины отъ основанія, т. е. $AF = \frac{2}{3}AD = \frac{2AD}{3}$ и $DF = \frac{1}{3}AD = \frac{AD}{3}$.

Если, какъ и въ предъидущемъ, опредѣлена ось BE и провести линію ED, то по подобію $\triangle ABC$ и DEC будетъ $EC : ED =$

$AC : AB$, или, что̀ все равно, $EC : AC = ED : AB$. Но какъ $EC = \frac{1}{2}AC$, то $\frac{1}{2}AC : AC = ED : AB$; изъ сего слѣдуетъ, что ED должно быть $= \frac{1}{2}AB$; къ тому-же $\triangle EDC$ ABC подобны; слѣдовательно лежащіе по одну сторону параллельныхъ линій $< DEC = BAC$; отъ того и ED параллельна AB; но $< BED = ABE$ и $< ADE = BAD$, посему $DF : DE = AF : AB$, или $DF : AF = DE : AB$. Но $DE = \frac{1}{2}AB$; то и $DF = \frac{1}{2}AF$, или AF вдвое болѣе DF. Слѣдовательно вся линія DA, такъ сказать, раздѣлена на три части и $AF = \frac{2}{3}AD$ и $DF = \frac{1}{3}AD$. По этому центръ тяжести равнобедреннаго треугольника, находится на $\frac{2}{3}$ высоты отъ вершины, или на $\frac{1}{3}$ высоты отъ основанія.

---

3) *О центрѣ тяжести трапеціи.*

§ 51. Ежели нужно опредѣлить центръ тяжести трапеціи $ABCD$ (фиг. 37), въ коей AB и DC параллельны, углы $DAB = CBA$, или стороны $AD = BC$, то, раздѣливъ по поламъ объ параллельныя стороны AB и CD (которыя можно назвать основаніями трапеціи), между точками раздѣла E и F провести прямую, составляющую высоту фигуры; тогда центръ тяжести долженъ находиться на ней; потомъ должно раздѣлить трапецію линіями

AF и *BF* на три треугольника *ADF*, *BFC* и *AFB*, то центры тяжести двухъ треугольниковъ *ADF* и *BFC* будутъ на $\frac{1}{3}$ линіи *AK* и *BL*, въ точкахъ *M* и *N*, а общій ихъ центръ тяжести на $\frac{1}{6}$ высоты отъ наибольшаго основанія *CD* въ точкѣ *G*. Центръ тяжести треугольника *ABF* находится на $\frac{1}{3}$ высоты меньшаго основанія въ точкѣ *H*; слѣдовательно линія *GH* можетъ быть принята за математическій рычагъ, къ плечамъ коего, *G* и *H*, приложены силы *P* и *Q*, или тяжести $\triangle$ *AFD* и *BFC*, дѣйствующія въ точкахъ *G* и *H*. А сему то рычагу должно съискать точку подпора; она-же будетъ и центромъ тяжести всей трапеціи; положимъ сію искомую точку въ *I*; въ какомъ случаѣ, для равновѣсія, моменты должны быть равны; слѣдовательно треугольники $AFB : ADF + BFC = GI : HI$. Но сіи треугольники равной высоты, а потому и содержатся какъ основанія ихъ, именно:

$$AFB : ADF + BFC = AB : DC;$$

но $AFB : ADF + BFC = GI : HI$, и также

$$AB : DC = GI : HI.$$

Изъ сихъ пропорцій можно извлечь слѣдующее правило, для отъисканія центра тяжести трапеціи, какъ она дана въ фиг. 37. Изъ средины обѣихъ параллельныхъ *AB* и *CD* провести линію *FE*, раздѣлить ее на три части, а среднюю изъ нихъ на двѣ части *HI* и *GI*,

которыя содержались-бы, какъ $DC : AB$; но такъ, чтобы бо́льшая часть HI прилегала къ меньшей сторонѣ AB, а меньшая часть IG къ бо́льшей сторонѣ трапеціи DC; напримѣръ, если AB составляетъ $\frac{1}{3}$, или $\frac{1}{2}DC$, то и IG должна составлять $\frac{1}{3}$ или $\frac{1}{2}HI$.

Центръ тяжести такой трапеціи можно опредѣлить еще и слѣдующимъ образомъ:

Въ равновѣсномъ положеніи, какъ приняли мы рычагъ GH, будетъ $P \times GI = Q \times HI$; треугольникъ $BFC + ADF =$ силѣ $P = \frac{CD \times EF}{2}$: потому-что $\triangle ADF = \frac{DF \times EF}{2}$ и $\triangle BFC = \frac{FC \times EF}{2}$; слѣдовательно $ADF + BFC = \frac{DF \times EF}{2} + \frac{FC \times EF}{2} = \frac{(DF + CF) \times EF}{2}$; также $DF + FC = DC$ и $\triangle ADF + BFC = \frac{CD \times EF}{2}$ и $\triangle ABF =$ силѣ $Q = \frac{AB \times EF}{2}$ и $HI = \frac{EF - 3GI}{3}$, ибо $HI = GH - GI$; но $GH = \frac{EF}{3}$; а потому и $HI = \frac{EF}{3} - GI = \frac{EF - 3GI}{3}$. Вставивъ здѣсь изъ вышеописаннаго уравненія $P \times GI = Q \times HI$, = получимъ: $\frac{CD \times EF}{2} \times GI = \frac{AB \times EF}{2} \times \frac{EF \times 3GI}{3}$; уничтоживъ умноженіе, остается $\frac{CD \times EF \times GI}{2} = \frac{ABEF - 3GI \times AB \times EF}{6}$. Раздѣливъ обѣ части уравненія на EF, будетъ

$\frac{CD \times GI}{2} = \frac{AB \times EF - 3GI \times AB}{6}$, или $3CD \times GI = AB \times EF - 3GI \times AB$, или $(3CD + 3AB) \times GI = AB \times EF$, также $GI = \frac{AB \times EF}{3AB + 3DC}$. Но FI есть разстояніе центра тяжести отъ бо́льшаго основанія трапеціи и равно $GI + FG$, а $FG = \frac{EF}{3}$. Вставивъ сіи выраженія, и вмѣсто $GI + FG$ только GI, получимъ разстояніе центра тяжести отъ бо́льшаго основанія DC; именно $FI = \frac{AB \times EF}{3DC + 3AB} + \frac{EF}{3}$. Если привести сіе выраженіе къ одному знаменателю, то $FI = \frac{AB \times EF}{3DE + 3AB} + \frac{EF \times DC + EF \times AB}{3DC + 3AB}$

Уничтоживъ сложеніе, получимъ:

$$FI = \frac{EF\,(DC + 2AB)}{3(DC + AB)}.$$

Слѣдовательно по сей формулѣ можно найти разстояніе центра тяжести трапеціи отъ бо́льшаго основанія DC; приложивъ удвоенное меньшее основаніе оной къ бо́льшему основанію, сумму сію помножить на высоту трапеціи, а произведеніе раздѣлить на утроенную сумму обоихъ основаній.

Наконецъ, есть еще третій способъ опредѣленія центра тяжести.

Должно раздѣлить объ стороны параллельныхъ AB и CD (фиг. 38), въ точкахъ E и F, на равныя части; тогда линія EF будетъ

осью; потомъ раздѣлить трапецію діагональю DB на два равные треугольника ABD и BCD и провести линіи DE и BF, — и на $\frac{1}{3}$ линіи DE, въ точкѣ G, будетъ центръ тяжести $\triangle ABD$; такимъ-же образомъ на $\frac{1}{3}$ линіи BF центръ тяжести $\triangle BCD$ въ точкѣ H (§ 49). Проведя, наконецъ, линію GH, на ней также долженъ быть центръ тяжести трапеціи, именно въ точкѣ I, гдѣ обѣ оси пересѣкаются.

---

4) *О центрѣ тяжести неправильной трапеціи каждаго, какъ правильнаго, такъ и неправильнаго, многоугольника.*

§ 52. Подобнымъ образомъ, какъ описано въ предъидущемъ §, можно, посредствомъ конструкціи, опредѣлить центръ тяжести каждаго неправильнаго четыреугольника $ABCD$ (фиг. 39).

Должно обѣ противуположныя стороны AB и CD, въ точкахъ E и F, раздѣлить по поламъ; потомъ діагональю BD раздѣлить четыреугольникъ на треугольники ABD и BCD, провести DE и BF; тогда центръ тяжести $\triangle ABD$ будетъ на $\frac{1}{3}$ линіи DE въ точкѣ G и центръ тяжести $\triangle BCD$ на $\frac{1}{3}$ линіи BF въ H; линія, проведенная отъ G до H, есть ось четыреугольника. Потомъ должно

діагональю AC раздѣлить четыреугольникъ еще разъ на треугольники ABC и ADC, провести линіи CE и AF; въ этомъ случаѣ центръ тяжести $\triangle ABC$ будетъ на $\frac{1}{3}$ линіи CE, въ точкѣ I, и $\triangle ACD$ на $\frac{1}{3}$ линіи AF въ K; линія, проведенная отъ I до K, также ось; слѣдовательно центръ тяжести четыреугольника долженъ быть въ M, т. е. въ точкѣ пересѣченія сихъ двухъ осей GH и IK.

Каждый многоугольникъ можно раздѣлить діагоналями на треугольники, а два таковыхъ составляютъ четыреугольникъ. Такимъ образомъ, раздѣляя фигуры, можно найти центръ тяжести каждаго неправильнаго полигона.

Центръ тяжести каждаго правильнаго многоугольника (какъ видно изъ предъидущаго) долженъ находиться въ центрѣ круга, описаннаго вокругъ многоугольника; а также центръ тяжести круглой плоскости, или обода, находится въ центрѣ окружности.

---

5) *О центрѣ тяжести вырѣзка круга, части обода и отрѣзка круга.*

§ 53. Для опредѣленія центра тяжести вырѣзка круга ABC (Фиг. 40), должно вообразить его состоящими изъ безчисленнаго множества треугольниковъ, коихъ всѣ основанія

вмѣстѣ составляютъ длину дуги AB; высота же ихъ равна радіусу.

Центръ тяжести всѣхъ сихъ треугольниковъ, или всего вырѣзка, долженъ находиться въ дугѣ DE, проведенной двумя третями радіуса AC, считая отъ центра: но центръ тяжести сей дуги есть и центръ всего вырѣзка; а какъ опредѣлить сей центръ, показано въ § 45.

Но такъ, какъ дуга DE составляетъ равно $\frac{2}{3}$ дуги AB; также хорда $DE = \frac{2}{3}$ хорды AB, и наконецъ, радіусъ CD составляетъ $\frac{2}{3}$ радіуса AC; то, относительно центра тяжести, вырѣзки круга $\frac{2}{3}$ дуги содержатся къ $\frac{2}{3}$ хорды, какъ $\frac{2}{3}$ радіуса къ разстоянію центра тяжести отъ центра дуги; по фиг. 40, будетъ $\frac{2AHB}{3} : \frac{2AB}{3} = \frac{2AC}{3} : CI$; а по сокращеніи сей пропорціи $3AHB : AB = 2AC : CI$, то есть $CI = \frac{2AC \times AB}{3AHB}$. Чтобы, по сему выраженію, найти разстояніе между обоими центрами, должно удвоенный радіусъ умножить на длину хорды и раздѣлить на утроенную длину дуги.

§ 54. Тѣмъ-же способомъ можно опредѣлить разстояніе центра тяжести обода отъ центра его дугъ. Возьмемъ для сего фиг. 40; въ ней $AHBEID$ означаютъ часть обода, — и чтобъ опредѣлить разстояніе между обоими центрами, нужно замѣтить, что разность

между обоими вырѣзками равна площади обода; желая найти разстояніе между обоими центрами каждаго вырѣзка, будетъ для вырѣзка $CAB = \frac{2AC \times AB}{3AHB}$, для $CDE = \frac{2CD \times DE}{3DIE}$. Назовемъ площадное содержаніе бо́льшаго вырѣзка CAB, m, а меньшаго CDE, n, тогда моментъ $CAB = \frac{2AC \times AB \times m}{3AHB}$, а моментъ $CDE = \frac{2CD \times DE \times n}{3DIE}$. Ежели теперь вычтемъ второе изъ перваго, то остатокъ есть моментъ обода; слѣдовательно равенъ произведенію разстоянія между обоими центрами, умноженнаго на площадное содержаніе; а за тѣмъ, раздѣливъ сей остатокъ еще на площадное содержаніе обода, получимъ разстояніе обоихъ центровъ.

Примемъ площадное содержаніе обода $= M$; тогда разстояніе центровъ обода $AHBEID$, CG будетъ $= \frac{\frac{2AC \times AB \times m}{5AHB} - \frac{2DC \times DE \times n}{3DIE}}{M}$.

Подобнымъ-же образомъ можно опредѣлить центръ тяжести отрѣзка круга. Примемъ для сего сегментъ AHB той-же фиг. 40, — помножимъ площадное содержаніе треугольника ABC на CG, разстояніе центра тяжести отъ центра дуги C. Помножимъ также площадное содержаніе сектора $AHBC$ на CI, разстояніе его обоихъ центровъ; вычтемъ одно изъ другаго, остатокъ раздѣлимъ на площадь

сегмента *AHB*, — и произведеніе дастъ разстояніе искомаго центра тяжести *K* отъ *C*, центра дуги; стоитъ только оное нанести отъ *C* на оси *CH*.

---

6) *О центрѣ тяжести площади полукруга.*

§ 55. Какъ скоро вырѣзокъ круга достигнетъ величины полукруга (см. фиг. 41 *ABD*) то хорда *AB* есть уже діаметръ, и для центра тяжести *I* площади полукруга *ABD* будетъ $\frac{2}{3}$ полуокружности *ADB* содержащьея къ $\frac{2}{3}$ діаметра *AB* равно какъ $\frac{2}{3}$ радіуса содержатся къ разстоянію обоихъ центровъ.

ГЛАВА VI.

О ЦЕНТРѢ ТЯЖЕСТИ ТѢЛЪ.

---

§ 56. Необходимымъ условіемъ для опредѣленія центра тяжести какого-либо тѣла, есть совершенная однородность онаго, то есть тѣло должно состоять изъ частицъ, совершенно равноплотныхъ и равновѣсныхъ.

Правильныя тѣла можно признать состоящими изъ безчисленнаго множества слоевъ, или плоскостей, равныхъ фигурѣ основанія и параллельныхъ оному, почему всѣ центры тяжести сихъ слоевъ, или элементовъ, должны находиться въ прямой линіи, которая проходитъ чрезъ центръ тяжести основанія; она также, какъ и въ § 48, называется осью, или линіею центра тяжести тѣла.

---

1) О *центрѣ тяжести параллелопипеда и цилиндра.*

§ 57. Центръ тяжести сихъ двухъ родовъ тѣлъ долженъ находиться на срединѣ прямой линіи, между центрами тяжести обоихъ основаній.

Въ Геометріи доказано, что линія, проведенная въ параллелограммѣ *ABCD* (фиг. 33), отъ одной стороны къ другой, чрезъ точку *I* (здѣсь *LK*), раздѣляетъ его на двѣ подобныя равныя части, равно какъ діаметръ дѣлитъ кругъ; сама-же эта линія точкою *I* дѣлится по поламъ. Тутъ легко убѣдиться, что центръ тяжести параллелопипеда, или цилиндра, долженъ находиться въ прямой площади, дѣлящей тѣло на двѣ равныя половины, и что

этотъ центръ долженъ быть и центромъ величины оныхъ.

---

2) О *центрѣ тяжести трехгранной призмы и такой-же пирамиды.*

§ 58. Трехгранную призму должно признать состоящею изъ безчисленнаго множество треугольниковъ, параллельныхъ основанію; центръ тяжести ея долженъ быть на половинѣ высоты, или прямой линіи, проведенной между центрами тяжести верхней и нижней площади: потому-что она проходитъ всѣ центры тяжести помянутыхъ треугольниковъ.

Въ трехгранной-же пирамидѣ всѣ разрѣзы, параллельные основанію, будутъ лишъ подобны; изъ чего очевидно, что прямая линія, проведенная отъ верха пирамиды къ центру тяжести ея основанія, должна пройти всѣ центры тяжести подобныхъ элементовъ.

Если пирамиду привести въ такое положеніе, чтобъ сія линія была совершенно вертикальна — или, бывъ продолжена, проходила къ средоточію земли, и въ семъ положеніи подпереть ее въ центрѣ тяжести основанія, то она должна находиться въ равновѣсіи; слѣдовательно сія вертикальная есть ось пирамиды и на ней долженъ находиться центръ тяжести всего тѣла. Но какъ каждую сто-

рону пирамиды можно принять за основаніе, по которому легко опредѣлить и другія оси, то точка пересѣченія ихъ должна быть центромъ тяжести всей пирамиды.

Если, напримѣръ, въ пирамидѣ $ABCD$ (Ф. 42) центръ тяжести основанія BCD находится въ E, то линія AE есть ось пирамиды, также BF есть ось, когда F есть центръ тяжести стороны ADC; слѣдовательно G точка пересѣченія сихъ осей есть и центръ тяжести пирамиды.

Въ трехгранной пирамидѣ разстояніе центра тяжести G отъ верха оной A, всегда $\frac{3}{4}$ оси AE, или въ $\frac{1}{4}$ сей оси отъ основанія, т. е. $AG = \frac{3}{4}AE$, а $GE = \frac{1}{4}AE$; потому, что если по площади оси AHB провести линію EF, то, по § 50, $\triangle EFH$ подобенъ $\triangle BAH$. Здѣсь $FH = \frac{1}{3}AH$; слѣдовательно и $EF = \frac{1}{3}AB$. Также $\triangle EFG$ подобенъ $\triangle AGB$, отъ чего $EG = \frac{1}{3}AG$; слѣдовательно $AG = \frac{3}{4}AE$ и $EG = \frac{1}{4}AE$.

И такъ въ прямой трехгранной пирамидѣ центръ тяжести находится на $\frac{3}{4}$ высоты отъ верха, или на $\frac{1}{4}$ отъ основанія.

---

3) О *центрѣ тяжести многогранной призмы и цилиндра.*

§ 59. Согласно съ § 57, центръ тяжести каждой призмы, которая имѣетъ болѣе четы-

рехъ граней долженъ находиться на прямой линіи между центрами тяжести обоихъ противуположныхъ основаній; слѣдовательно въ каждой призмѣ на половинѣ высоты. Способъ же опредѣленія центра тяжести правильныхъ и неправильныхъ фигуръ показанъ въ § 52.

Центръ тяжести цилиндра, который можно принять за призму безконечно многостороннюю, также находится на половинѣ линіи, проведенной между центрами тяжести обоихъ основаній; слѣдовательно въ прямомъ цилиндрѣ на половинѣ его оси, какъ уже показано въ § 57.

---

4) *О центрѣ тяжести четырехгранной и многогранной пирамиды или конуса.*

§ 60. Въ § 58 показали мы, что центръ тяжести трегранной пирамиды находится на $\frac{1}{4}$ высоты оси, проведенной изъ верха пирамиды. А какъ основаніе каждой многогранной пирамиды, посредствомъ діагоналей, можетъ быть разложено на треугольники, и сама таковая пирамида состоитъ изъ нѣсколькихъ трегранныхъ пирамидъ, то центръ тяжести оной долженъ находиться на $\frac{1}{4}$ высоты оси отъ основанія.

Въ каждой прямой пирамидѣ, которой основаніе, правильная фигура, центръ тяжести находится на $\frac{1}{4}$ высоты отъ основанія.

На таковой-же высотѣ находится центръ тяжести конуса, потому-что его можно признать за пирамиду безконечно многогранную.

---

5) *О центрѣ тяжести полушара и шара.*

§ 61. Шаръ можно представить себѣ состоящимъ изъ множества сосредоточенныхъ слоевъ, или пустыхъ шаровъ, коихъ составныя части или элементы всѣ въ равномъ разстояніи отъ центра; слѣдовательно центръ тяжести долженъ находиться на основаніи оси.

Но когда нужно опредѣлить центръ тяжести полушара *ABC* (фиг. 43), то ясно, что онъ долженъ на линіи *BD* находиться ближе къ *D*, чѣмъ къ *B*, около точки *I*; чтобъ опредѣлить частями радіуса, разстояніе точки *I* отъ центра площади основанія полушара, нужно сравнить полушаръ *ABC* съ цилиндромъ *AEFC* и конусомъ *DEF*. Оба они имѣютъ съ полушаромъ одинаковое основаніе и высоту. По законамъ математики полушаръ *ABC* и конусъ *DEF* вмѣстѣ равны цилиндру *AEFC*, какъ объемомъ, такъ и тяже-

стью. По тѣмъ-же закопамъ полушаръ ABC вдвое болѣе конуса DEF; а какъ центръ тяжести цилиндра $AEFC$ ровно на половинѣ высоты его BD, въ точкѣ G, а центръ тяжести конуса DEF на $\frac{1}{4}$ высоты отъ основанія въ H, то I центръ тяжести полушара ABC долженъ быть ниже G. Тутъ разстояніе между центрами тяжести I и H можно принять за математическій рычагъ, къ плечамъ коего въ I приложена тяжесть полушара $ABC = Q$; въ H тяжесть конуса $DEF = P$. Общій ихъ центръ тяжести, какъ точка подпоры рычага, будетъ въ центрѣ тяжести цилиндра $AEFC$ въ G. Если тяжесть конуса $P = 1$, то тяжесть полушара $Q = 2$; также если радіусъ полушара $BD = a$, то $GH = BH\ \frac{a}{4}$; наконецъ, предположивъ $GI = X$, получимъ $Q : P = GH : GI$, т. е. $2 : 1 = \frac{a}{4} : X$; слѣдовательно X или $GI = \frac{a}{8}$; но какъ $DI = DG - GF$, то $DI = \frac{a}{2} - \frac{a}{8} = \frac{3}{8}a$.

Примѣчаніе. Для употребляемыхъ въ строительномъ искусствѣ вычисленій достаточно умѣть опредѣлять центры тяжести тѣхъ фигуръ и тѣлъ, о которыхъ мы здѣсь упоминали. А какъ сверхъ того для эллипсовъ и другихъ криволинейныхъ фигуръ, для косыхъ и усѣченныхъ конусовъ и пирамидъ, потребны сложныя вычисленія высшей математики, то мы ими здѣсь заниматься не станемъ.

ГЛАВА VII.

О НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ.

§ 62. Ровная плоскость, образующая съ горизонтомъ острый уголъ, называется наклонною плоскостію.

Если таковую плоскость продолжить до ея горизонтальнаго основанія, то она образуетъ гипотенузу прямоугольнаго треугольника. За тѣмъ, въ отношеніи къ свойствамъ и механическимъ дѣйствіямъ наклонной плоскости, представляютъ ее прямоугольнымъ треугольникомъ ABC (фиг. 44), въ которомъ гипотенуза AC длина наклонной плоскости, катетъ BC длина основанія, а перпендикулярный катетъ AB высота наклонной плоскости.

Еще въ § 38 сказали мы, что каждое тѣло только тогда можетъ имѣть стойкость, когда перпендикуляръ изъ его центра тяжести не падетъ внѣ его основанія. Но если тѣло находится на наклонной плоскости и перпендикуляръ изъ центра тяжести или направленіе онаго не выпадаетъ за предѣлы его основанія, то тѣло не должно упасть или опрокинуться и скатиться; но не менѣе того, оно будетъ стремиться къ средоточію земли и

всегда послѣдуетъ сему влеченію, когда соприкосновенное основаніе и наклонная плоскость довольно равны, чтобы треніе не превышало силу давленія скользящаго тѣла; напримѣръ тѣло *abcd* (фиг. 45) должно скользить по наклонной плоскости. На такой площади тѣло, коего линія направленія падаетъ внѣ основанія, коль скоро оно имѣютъ прямыя плоскости, должно опрокидываться; если-же бока его круглы, то должно скатиться.

Тѣло, ограниченное прямыми площадями, опрокинувшись разъ, можетъ еще остановиться на боку довольно значительной величины, чтобы его линія направленія не пала внѣ сего бока, если притомъ наклонность плоскости не такъ велика, чтобъ заставить скользить тѣло.

§ 63. Круглыя тѣла могутъ держаться только на совершенно-горизонтальныхъ площадяхъ; они покоятся только на одной точкѣ, тогда какъ граненыя тѣла подпираются линіями. По мѣрѣ того, какъ плоскость, на которой тѣло должно покоиться, отклоняется отъ совершенно-горизонтальной, и какъ линія направленія тѣла минуетъ точку подпоры, то-есть ту точку, въ которой оно могло-бы быть въ покоѣ; въ той-же мѣрѣ катится тѣло, со скоростію, возрастающею какъ быстрота перпендикулярнаго паденія отъ той точки

наклонной плоскости, съ которой тѣло начинаетъ катиться.

§ 64. Къ опредѣленію силы, потребной для удержанія данной тяжести неподвижною на наклонной плоскости, должно представить себѣ оную въ видѣ шара и принять, что наклонная плоскость совершенно тверда, ровна и гладка; когда сей представляемый шаръ совершенно однороденъ, то его центръ тяжести будетъ въ центрѣ его тѣла, и сила должна стараться удержать сію точку и быть къ ней приложена.

Предварительно опредѣливъ сіе, нужно еще разсмотрѣть: въ какомъ направленіи, относительно наклонной плоскости, дѣйствуетъ приложенная сила, чтобъ удержать помянутую тяжесть.

Обыкновенно, а особенно въ строительномъ искусствѣ, два случая болѣе употребительны; т. е. сила дѣйствуетъ параллельно: или наклонной плоскости, или основанію; а потому и станемъ разсматривать только сіи два случая, и для каждаго отдѣльно постараемся опредѣлить пропорцію между силою и тяжестью. О прочихъ случаяхъ, рѣдко при постройкахъ встрѣчаемыхъ, и которыхъ, по мѣрѣ возможности, каждый старается избѣгать, упомянемъ лишь вкратцѣ.

§ 65. Когда въ первомъ случаѣ (фиг. 44), сила P удерживаетъ тяжесть Q на наклонной плоскости и направленіе сей силы PD параллельно наклонной плоскости, то въ состояніи равновѣсія сила содержится къ тяжести, какъ высота сей плоскости содержится къ ея-же длинѣ, т. е. $P : Q = BC : BA$. Чтобъ доказать сіе, проведемъ DF перпендикулярно къ наклонной AB; она означитъ направленіе противудѣйствующей силы тяжести; приложимъ къ ней параллелограммъ $DIFG$; тогда DG будетъ влекущая, а DI сопротивляющая сила, или тяжесть шара; по этому сила и тяжесть находятся, по § 26, въ равновѣсіи со сложною силою DF. Но какъ обѣ сіи силы содержатся, подобно DG къ DI, или какъ стороны IF и ID прямоугольнаго треугольника DIF; а какъ сей $\triangle DIF$ подобенъ $\triangle ABC$, то IF, или $DG : ID = BC : BA$, или $P : Q = BC : BA$.

§ 66. Когда-же, во второмъ случаѣ, тяжесть Q (фиг. 45) удерживается силою P, дѣйствующею параллельно основанію въ направленіи DG, тогда сила содержится къ тяжести, какъ высота наклонной плоскости къ длинѣ ея основанія, т. е. $P : Q = BC : AC$, потому-что если линію DF провести перпендикулярно къ AB, то она, какъ и въ предъидущемъ, означитъ направленіе противудѣйствующей силы

тяжести или шара; приложивъ къ ней также параллелограммъ $DIFG$, получимъ $P : Q = DG : DI$; принявъ-же вмѣсто DG изъ прямоугольнаго треугольника DIF линію IF, получимъ $P : Q = IF : ID$; но $\triangle DIF$ подобенъ $\triangle ACB$, потому $FI : ID = BC : CA$; слѣдовательно $P : Q = BC : CA$.

§ 67. Чтобъ опредѣлить силу, равновѣсную тяжести, на наклонной плоскости находящейся, можно принять точку прикосновенія (фиг. 44 и 45) за точку подпора ломаннаго рычага, коего плеча опредѣляются перпендикулярами, проведенными изъ точки F къ направленіямъ силъ DF и DI; слѣдовательно въ фиг. 44 $P : Q = FE : FD$; въ фиг. 45 $P : Q = FI$, или $DG : FG$, по § 23, то-есть сила находится въ обратномъ содержаніи къ тяжести, какъ перпендикуляры FE и FD, или FI къ FG, смотря по тому, параллельно ли направленіе силы наклонной плоскости, или ея основанію. По какъ прямоугольные треугольники DEF (фиг. 44) и DFG (фиг. 45) подобны треугольникамъ, образуемымъ наклонною плоскостью AB, перпендикуляромъ BC и горизонтальнымъ основаніемъ AC, то въ фиг. 44 будетъ $P : Q = BC : BA$; въ фиг. 45 $P : Q = BC : AC$; слѣдовательно (фиг. 44) $P : Q : F = BC : BA : AC$ и (фиг. 45) $P : Q : F = BC : AC : BA$.

§ 68. Когда въ третьемъ случаѣ (фиг. 46), направленіе силы DP не параллельно ни наклонной плоскости AB, ни ея основанію AC, то ломанный рычагъ LFI, на случай равновѣсія, требуетъ слѣдующей пропорціи: $P : Q = IF : LF$. — Безъ дальнѣйшаго поясненія очевидно, что тупъ стороны треугольника, образуемаго наклонною плоскостью, перпендикуляромъ BC и горизонтальною AC, не могутъ опредѣлить соотношенія.

§ 69. Изъ вышеприведеннаго слѣдуетъ, что если два тѣла P и Q (фиг. 47) на неровнонаклонныхъ плоскостяхъ, въ параллельныхъ онымъ направленіяхъ RP и RQ, должны держаться въ равновѣсіи: то между ними должна быть пропорція, равная длинѣ ихъ наклонной плоскости, т. е. $P : Q = AB : BC$. Тутъ BD есть общая высота обѣихъ плоскостей, и сила R въ равной пропорціи дѣйствуетъ на P и Q; за тѣмъ она можетъ быть принята за среднюю, а пропорція силы R къ высотѣ каждой наклонной плоскости равна; слѣдовательно и отношенія сихъ плоскостей къ тяжестямъ должны быть равны.

§ 70. Въ слѣдствіе сего, когда двѣ тяжести P и Q (фиг. 48) находятся на двухъ неровнонаклонныхъ плоскостяхъ, такъ, что ихъ направленія параллельны основанію, то сіи тяжести содержатся, какъ основанія ихъ наклонныхъ,

т. е. $P : Q = DA : DC$; тутъ также BD общая высота плоскостей. Сила R дѣйствуетъ на обѣ тяжести, отъ чего должно произойти равное содержаніе высоты къ средней силѣ; а изъ этого неминуемо слѣдуетъ, что пропорціи между тяжестями должны быть равны пропорціи ихъ основаній. Также, если (фиг. 44) тяжесть Q силою P влекома, или двигаема параллельно наклонной плоскости, то сила содержится въ тяжести, какъ синусъ $< BAC$ къ синусу AB; слѣдовательно, сила всегда меньше тяжести.

Наконецъ, можно принять, что когда тяжесть влекома, или удерживаема силою, параллельной основанію, какъ фиг. 45, то сила содержится къ тяжести какъ синусъ угла BAC къ синусу $< ABC$, т. е. къ своему дополненію. Изъ сего слѣдуетъ, что сила должна быть равна тяжести, когда уголъ, образуемый обѣими наклонными плоскостями, равенъ 45°; также, что сила должна быть больше, если уголъ острѣе 45°.

§ 71. Все сказанное до сего о силѣ, требуемой для удержанія тѣла на наклонной плоскости, можетъ быть приложено и къ тѣлу, поддерживаемому двумя наклонными плоскостями. Если одну изъ нихъ принять за силу, удерживающую тѣло на другой въ равновѣсіи, то дѣйствіе оной выражается перпендикуля-

ромъ, опущеннымъ изъ центра тяжести тѣла на удерживающую плоскость.

Для сего нужно вспомнить § 30, гдѣ объясняется, что три силы P, Q, R, или R' (фиг. 49 и 50), на тѣло A дѣйствующія въ направленіяхъ AP AQ и AR, удерживаютъ его въ равновѣсіи, если онѣ между собою содержатся, какъ стороны AB, AD и CA параллелограмма силъ $ABCD$ (фиг. 49), или если каждая изъ сихъ силъ выражается стороною треугольника ABC.

Но силы P, Q и R, дѣйствующія на тѣло A, также будутъ въ равновѣсіи, если дѣйствіе каждой будетъ выражаться одною стороною треугольника EFG, её перпендикулярно пересѣкающею. Дабы доказать это, замѣтимъ, что линія AO перпендикулярна сторонѣ EF, а CF или FR' перпендикулярно EG, и потому $\triangle AOF$ и FTE подобны, ибо $< OFT$ общимъ $< EFT$ и AOF прямые; слѣдовательно $< ETF = OAF$. По той-же причинѣ $\triangle FAS$ подобенъ $\triangle FTG$ и $< FGT' = FAS$; но какъ $< FAS = BCA$, то и $\triangle ABC$ подобенъ $\triangle EFG$. Слѣдовательно три стороны большаго треугольника могутъ быть приняты вмѣсто трехъ сторонъ меньшаго треугольника. Такое-же выраженіе будетъ и для каждой другой силы, пересѣкаемой ими подъ прямымъ угломъ. А какъ сіи три силы

находятся въ равновѣсіи, если въ пропорціи сторонъ треугольника *ABC*, то равновѣсіе останется ненарушеннымъ, коль скоро пропорція ихъ будетъ равна сторонамъ треугольника *EFG*.

Должно замѣтить, что нѣтъ необходимости, чтобъ три стороны треугольника, изображающія пропорцію силъ, были пересѣкаемы направленіемъ оныхъ, ни чтобъ точка, въ коей онѣ всѣ соединяются, находилась въ треугольникѣ; достаточно, чтобъ продолженія трехъ сторонъ треугольника были пересѣчены подъ прямыми углами. Напримѣръ, когда три стороны $\triangle MKN$ (фиг. 51), въ такомъ положеніи, что если двѣ изъ нихъ, *KM* и *KN*, продолжить къ *L* и *I*, то направленія *HP* и *HQ* пересѣкали-бы ихъ подъ прямыми углами, и чтобъ продолженное къ *O* направленіе *HR* также пересѣкало сторону *MN* подъ прямымъ-же угломъ. Тогда стороны треугольника *MKN* (фиг. 51) также выражаютъ пропорцію трехъ силъ, не взирая на то, что точка *H* и не находится въ самомъ треугольникѣ: потому что предположены линіи *MN* и *IL* параллельными, ибо линія *OR* пересѣкаетъ обѣ подъ прямымъ угломъ; слѣдовательно $\triangle MKN$ подобенъ $\triangle IKL$.

По этому: если три стороны послѣдне-названнаго треугольника выражаютъ пропорцію

силъ P, Q и R (какъ по уже выше доказано), то и сторопы меньшаго $\triangle$ MKN будутъ выражать ту-же пропорцію, изъ чего слѣдуетъ, что меньшій треугольникъ можетъ быть принятъ вмѣсто бо̀льшаго.

§ 72. Изъ сказаннаго выше явствуетъ, что если (фиг. 50) изъ центра тяжести тѣла, поддерживаемаго двумя наклонными плоскостями, опустимъ къ симъ послѣднимъ перпендикуляры AP и AQ и среднею линіею направленія AR пересѣчь горизонтальную EG, то для равновѣсія нужна слѣдующая пропорція: $P:R:Q = EF:EG:FG$. Основываясь на томъ, что сторо̀ны каждаго треугольника содержатся, какъ синусы противулежащихъ угловъ, — пойдемъ:

$P:R:Q = Sin.\ EGF : Sin.\ EFG : Sin.\ FEG.$

А какъ $< GEF = < EFH$ и $EGF = GFI$, то $P:R:Q = Sin.GFI : Sin.\ EFG : Sin.\ EFH$, т. е. тяжесть тѣла выражается синусомъ угла, образуемаго обѣими наклонными плоскостями, а давленіе, производимое тѣломъ въ точкахъ P и Q, въ обратной пропорціи угловъ, образуемыхъ сими плоскостями и горизонтальнымъ основаніемъ.

ГЛАВА VIII.

О КЛИНѢ.

§ 73. Клинъ есть не что иное, какъ соединенныя двѣ наклонныя плоскости; его употребляютъ, чтобъ разрознить составныя части плотнаго тѣла; напримѣръ при колотіи лѣсу, или чтобъ разогнать находящіяся вмѣстѣ два тѣла, а иногда — чтобъ подвинуть тѣло или тяжесть на сторону или къ верху; въ первомъ случаѣ клинъ имѣетъ видъ равнобедреннаго, во второмъ случаѣ прямоугольнаго треугольника.

§ 74. Для перваго случая предположимъ (ф. 52), что оба бока клина AO и BO равны, и дерево гибко, такъ что если начнетъ колоться, раздѣляемые клиномъ стороны образуютъ дугу, на которой давленіе или дѣйствіе клина, оказывается только въ точкахъ I и K; тутъ двѣ равныя силы, сопротивленіе коихъ выражается направленіями EC и FC; онѣ перпендикулярны, какъ бокамъ клина, такъ и дугамъ колимаго дерева; посему клинъ столько же давитъ на бока дерева, сколько они ему противудѣйствуютъ. Положимъ, что верхняя часть клина AB, въ точкѣ G давима ударомъ или силою, коей направленіе перпен-

дикулярно къ AB и проходитъ сквозь уголъ AOB; въ такомъ случаѣ оно должно раздѣлить клинъ на двѣ равныя части, если только онъ равнобедренный.

Докажемъ, во-первыхъ, что въ то мгновеніе, когда клинъ загнанъ, но дерево еще не раскололось, сіе долженствовало-бы послѣдовать, при усиленіи дѣйствія клина, ибо тутъ сила и противудѣйствіе, въ точкахъ I и K, совершенно равны.

§ 75. Чтобъ доказать это изъ произвольно, на направленіи GO силы R, принятой точки D начертимъ параллелограммъ силъ $CEDF$, коего бока равны (потому что въ $\triangle$ CIO и CKO, $< CIO$ и CKO прямые $< COI = COK$; слѣдовательно и $< OCI = OCK = < CDE$; по этому $CE = DE$; изъ чего явствуетъ, что всѣ четыре стороны параллелограмма $ECDF$ равны); въ случаѣ равновѣсія дѣйствія клина и сопротивленія дерева, въ I содержатся къ таковымъ-же въ K, какъ $CE : CF$; но такъ какъ $CE = CF$, то и давленіе въ I равно давленію въ K. Въ слѣдствіе этого, если сила давящая клинъ, равна R, а дѣйствіе онаго $I = P$, то и дѣйствіе въ K будетъ равно P.

§ 76. Въ семъ первомъ случаѣ еще остается доказать, что сила, дѣйствующая на клинъ, содержится къ силѣ сопротивленія дерева, какъ половина толщины клина къ длинѣ его боковъ,

т. е. $R : 2P = AG : AO$. Очевидно, что сіи три силы P, G и R могутъ быть признаны дѣйствующими на C, гдѣ направленія оныхъ соединяются. По сему $R : 2P = CD : CE + CF$, или $CE + ED$, но $\triangle ABO$ подобенъ $\triangle CDE$ (потому что $\triangle AGO$ подобенъ $\triangle CIO$; каждый изъ нихъ въ G и I имѣетъ прямой уголъ, а $< AOG$ общій); отъ чего $CD : CE + DE$, или $2CE = AB : AO + BO$, или $2AO$. Слѣдовательно $R : 2P = AB : 2AO$. Ежели раздѣлить два послѣднія члена сей пропорціи по поламъ, то $R : 2P = \frac{AB}{2} : AO$, т. е. $R : 2P = AG : AO$.

§ 77. Для втораго случая (фиг. 53), когда тяжесть Q силою P должна быть поднята посредствомъ клина ABC, должно доказать, что сила содержится къ тяжести, какъ высота клина BC къ его длинѣ AC.

Положимъ, что тяжесть Q, привязанною въ D веревкою, удерживается непреодолимо. Если къ этому силу P подвинетъ клинъ отъ A до F, то въ то-же время тяжесть Q немшуемо должна подняться на высоту клина B, или равную ей высоту E. Пройденное силою пространство означается линіею AC; пройденное-же тяжестью линіею BC, потому что $AF = AC$, а $EA = CB$. Однако-же сила и тяжесть пропорціональны пройденнымъ ими

пространствамъ; слѣдовательно въ состояніи равновѣсія $P : Q = BC : AC$. Изъ этаго слѣдуетъ, что чѣмъ меньше лобъ или верхняя часть клина, тѣмъ болѣе его сила или механическая способность.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Введеніе къ статикѣ, или поясненіе главнѣйшихъ выраженій и понятій . . . . . 1.

1) Основныя понятія о силѣ и движеніи. 2.

2) — — о тяжести и вѣсѣ. 3.

3) — — о выраженіи силы. 7.

4) — — о машинахъ. . . 8.

5) — — о центрѣ тяжести. 9.

Глава I. О параллелограммѣ или сложныхъ силахъ. . . . . 11.

— II. О рычагѣ. . . . . 24.

— III. О центрахъ тяжести и стойкости тѣлъ вообще. . . . . 34.

— IV. О центрѣ тяжести линіи . . . . 39.

1) О центрѣ тяжести прямой линіи. 40.

2) О центрѣ тяжести полукруга. 43.

— V. О центрѣ тяжести плоскостей. . 46.

1) О центрѣ тяжести параллелограмма. . . . . 47.

2) О центрѣ тяжести треугольника. . . . . 48.

3) О центрѣ тяжести трапеціи. . 49.

4) О центрѣ тяжести неправильной трапеціи. . . . . 53.

5) О центрѣ тяжести вырѣзка круга, части обода и отрѣзка круга. . . . . 54.

6) О центрѣ тяжести площади полукруга. . . . . 57.
Глава VI. О центрѣ тяжести тѣлъ. . . . . —
1) О центрѣ тяжести параллелопипеда и цилиндра. . . . . 58.
2) О центрѣ тяжести трегранной призмы и такой-же пирамиды. 59.
3) О центрѣ тяжести многогранной призмы и цилиндра. . . 60.
4) О центрѣ тяжести четырехъ и многогранной пирамиды или конуса. . . . . 61.
5) О центрѣ тяжести полушара и шара. . . . . 62.
— VII. О наклонной плоскости. . . . . 64.
— VIII. О клинѣ. . . . . 74.

СОИЗВОЛИЛИ ПРИНЯТЬ ЭКЗЕМПЛЯРЫ:

Его Императорское Высочество Великій Князь **КОНСТАНТИНЪ НИКОЛАЕВИЧЪ.**

Его Императорское Высочество Великій Князь **НИКОЛАЙ НИКОЛАЕВИЧЪ.**

Его Императорское Высочество Великій Князь **МИХАИЛЪ НИКОЛАЕВИЧЪ.**

Имена гг. подписчиковъ:

Генералъ-Маіоръ *Философовъ.*

Контръ-Адмиралъ *Литке.*

(Для Училища Правовѣдѣнія.)

Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ *Пошманъ.*

Генералъ-Лейтенантъ *Готманъ.*

Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ, Архитекторъ *Стасовъ.*

Генералъ-Адъютантъ Баронъ *Деллингсгаузенъ.*

Архитекторъ Коллежскій Совѣтникъ *Шарлеманъ* 1.

Архитекторъ Коллежскій Совѣтникъ *Шарлеманъ* 2.

Генералъ-Маіоръ *Рербергъ.*

Архитекторъ 4-го класса *Штаубертъ.*

Предсѣдатель Ученаго Комитета Морскаго Министерства Логинъ Ивановичъ Голенищевъ *Кутузовъ.*

(Для Морскаго Кадетскаго Корпуса.)

Академикъ Федоръ *Брюловъ.*

Статскій Совѣтникъ *Шубертъ.*

Архитекторъ *Тонъ*, Коллежскій Совѣтникъ и Профессоръ.

Архитекторъ *Брюловъ*, Коллежскій Совѣтникъ и Профессоръ.

Генералъ-Лейтенантъ *Шубертъ*.

Графъ *Толстой*, Вице-Президентъ Академіи Художествъ.

Капитанъ *Половцовъ*.

Подполковникъ *Половцовъ*.

Полковникъ *Блау*.

Инженеръ-Подполковникъ *Фанъ-Деръ-Вейде*.

Коллежскій Совѣтникъ *Половцовъ*.

Студентъ *Вейдкнехтъ*.

Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ Эдуардъ *Колинсъ*.

Паспоръ фонъ-*Муральдъ*.

Попечитель вновь учрежденной въ С. Петербургѣ Рисовальной школы для вольноприходящихъ, Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ *Рейссигъ*.

Статскій Совѣтникъ *Парротъ*.

Архитекторъ Осипъ *Пель*.

Инженеръ-Полковникъ *Ломиовскій*.

Архитекторъ Альбертъ *Кавосъ*.

Инженеръ-Полковникъ *Бульмерингъ*.

Архитекторъ Левъ *Адамини*.

Архитекторъ *Штакеншнейдеръ*.

Архитекторъ *Боссе*.

Петръ *Галибовъ*.

Архитекторъ А. *Мельниковъ*, Ректоръ.

Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ *Фуссъ*.

Ефимъ *Белинъ*.

Ланге.

Александръ *Ломанъ*.

Петровъ.

Павелъ *Карцинъ*.

Толсонъ.

С. Петербургскій 2-й гильдіи купецъ С. *Дьяконовъ.*

Архитекторъ *Цоликовъ.*

Инженеръ-Поручикъ *Барановъ.*

Штабсъ-Капитанъ *Сускій.*

ИнженеръПрапорщикъ *Цвѣтковъ.*

Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ *Адеркасъ.*

Гордакъ.

Тайный Совѣтникъ *Бекъ.*

Архитекторъ Францъ *Руско.*

Табашный фабрикантъ Николай *Шиллъ.*

Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ *Энгельгардтъ.*

Архитекторъ А. *Адамини.*

Архитекторъ *Калуччи.*

Генеральный Консулъ Герцогства Ольденбургскаго Вильгельмъ *Блессигъ.*

Надворный Совѣтникъ *Фетистовъ.*

Архитекторъ *Скотти.*

Архитекторъ *Кокоревъ.*

Купецъ 1 гильдіи *Фокинъ.*

Архитекторъ *Куцци.*

Надворный Совѣтникъ *Сетцоровъ.*

Типографскій Совѣтникъ *Брандебургъ.*

Архитекторъ *Климовъ.*

Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ *Брадке.*

Петръ *Гримъ.*

А. *Туръ* и сынъ.

Архитекторъ П. *Жако.*

Поручикъ *Степановъ.*

Баронъ *Икскуль.*

Коллежскій Ассесоръ П. П. *Гельмерсенъ.*

Артиллеріи Поручикъ А. В. *Зубковъ.*

Генералъ-Лейтенантъ *Саблуковъ.*

Коллежскій Совѣтникъ *Дубецкій.*

(Для Департамента Мануфактуръ и Внутренней торговли.)

Полковникъ П. *Соболевскій.*

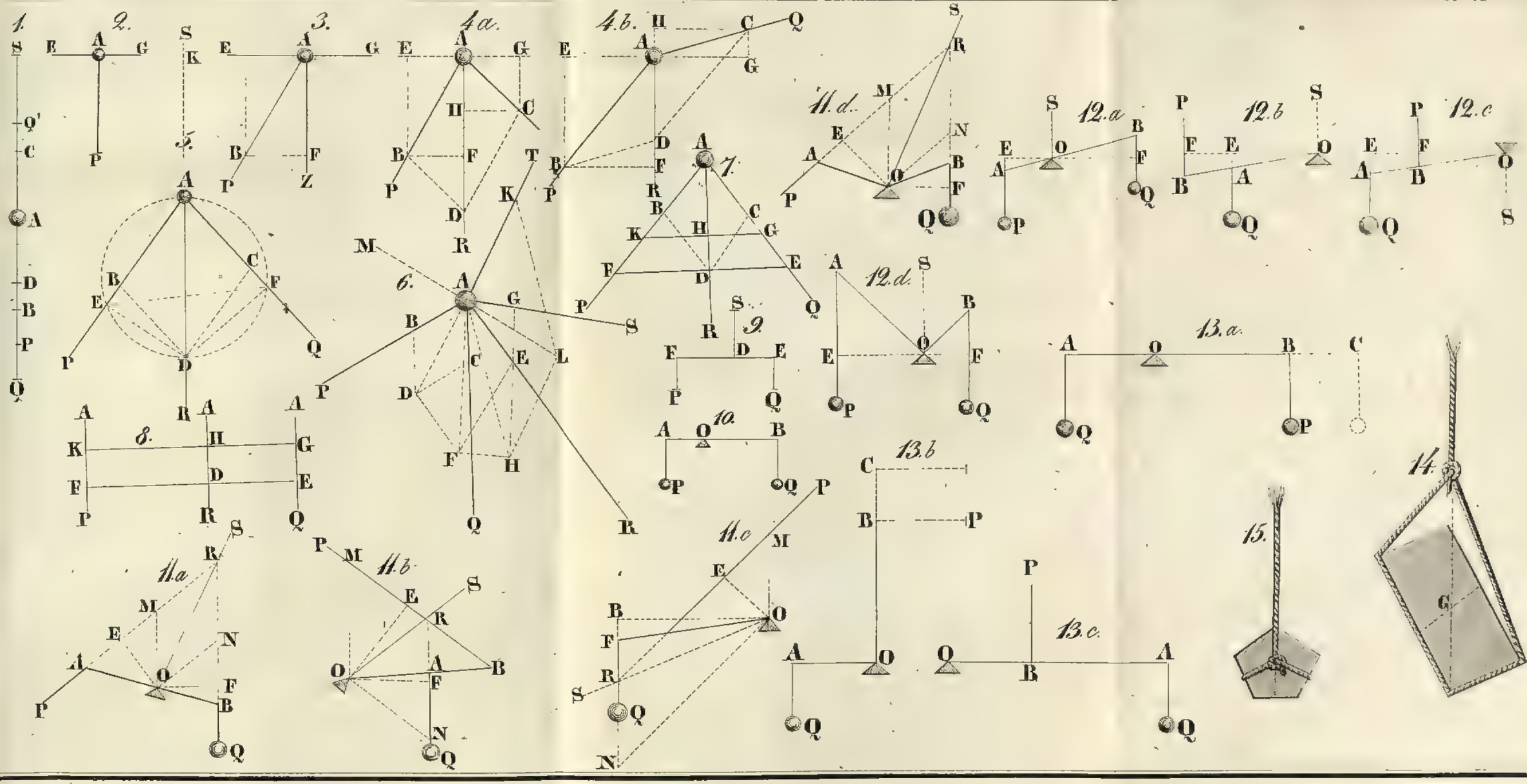
(Для Строительнаго Департамента Морскаго Министерства.)

Профессоръ *Якоби.*

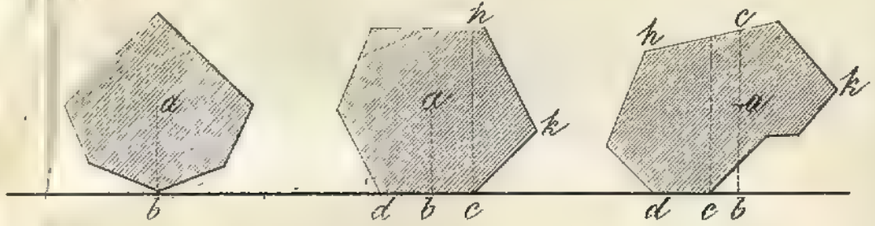
Архитекторъ Мейснеръ.

Архитекторскій Помощникъ *Васильевъ.*

(Для Динабургской Инженерной Команды.)


1.
2.
3.
4a.
4b.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11a.
11b.
11c.
11d.
12a.
12b.
12c.
12d.
13a.
13b.
13c.
14.
15.

16.



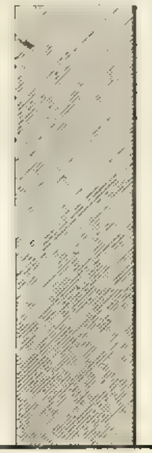
17.

18.

22.

23.

24.

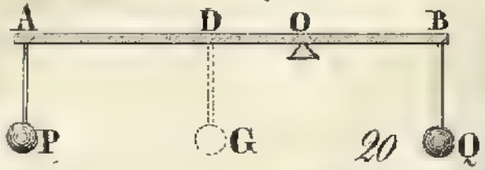


25.

26.

27.

29.



21

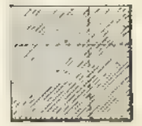
20

19.

28.

23'

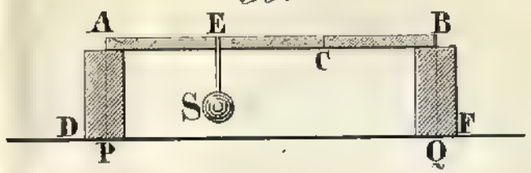
24'



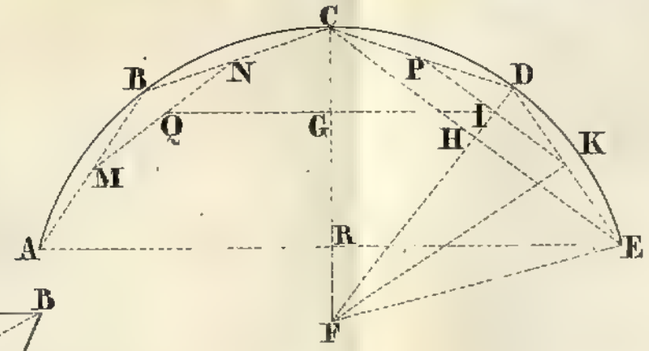
25'

26'

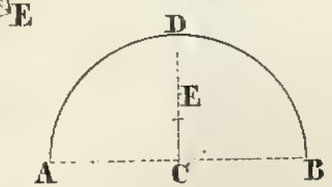
30.



31.

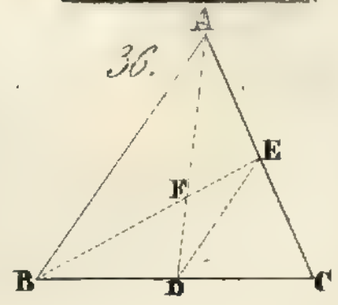


32.

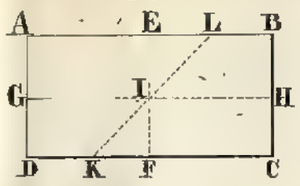


35.

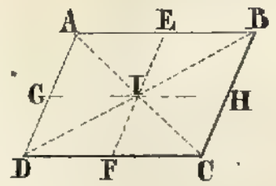
36.



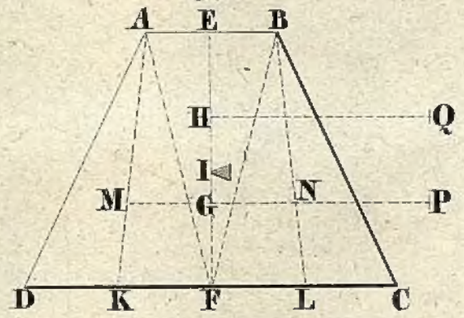
33



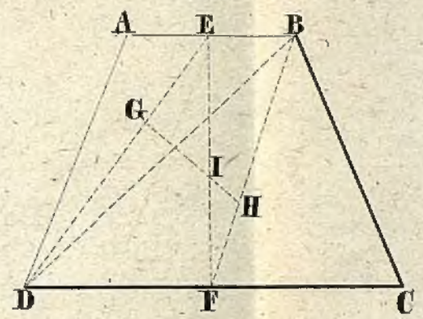
34.



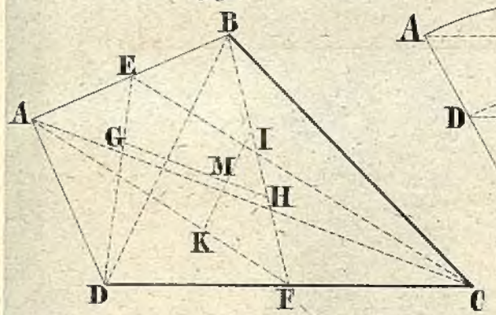
37.



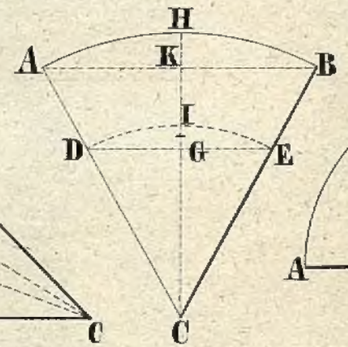
38.



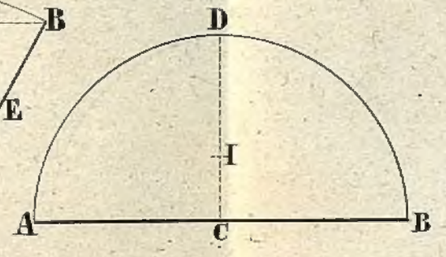
39.



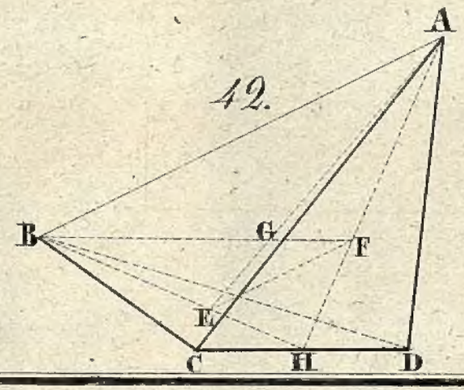
40.



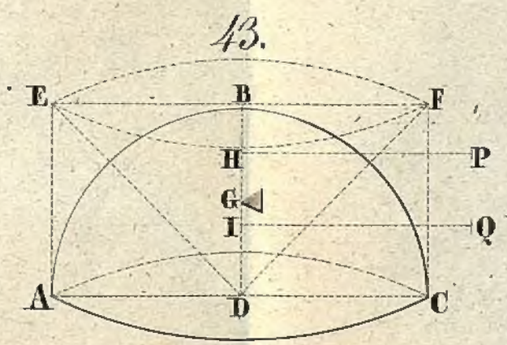
41.



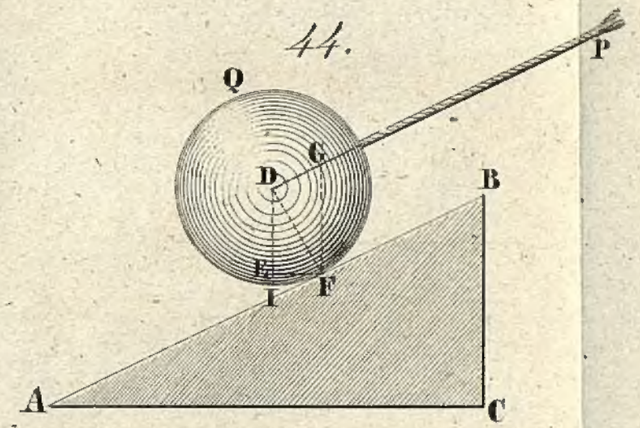
42.



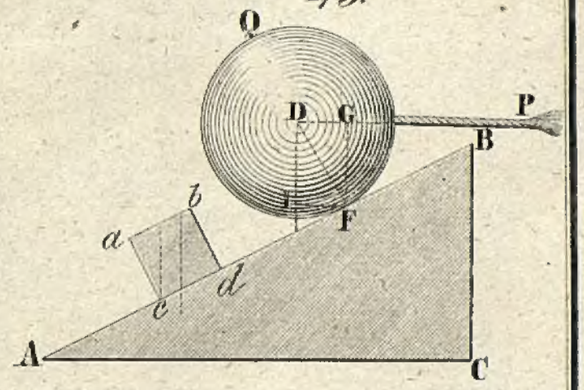
43.



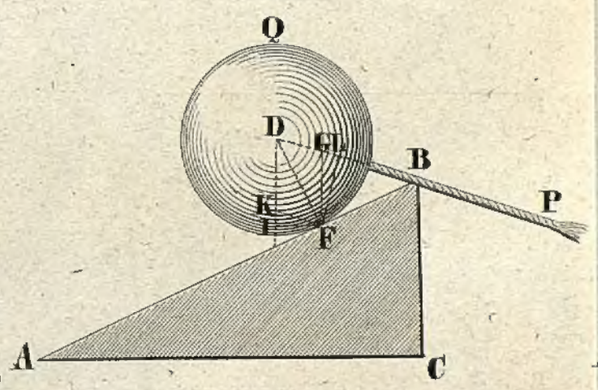
44.



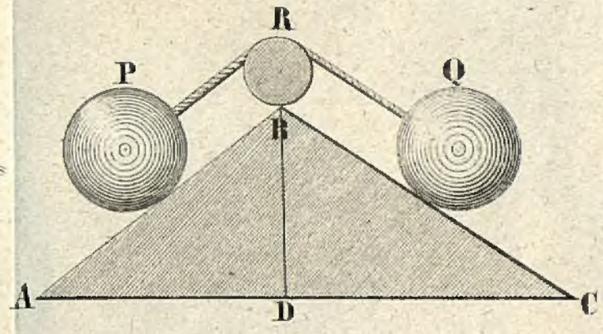
45.



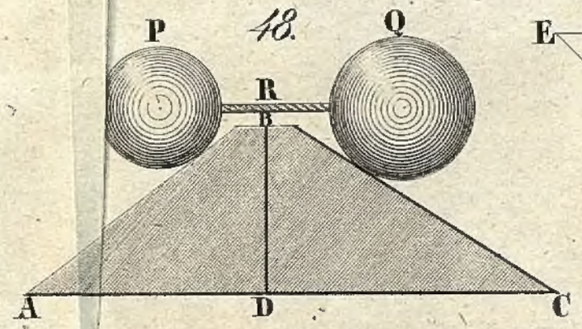
46.



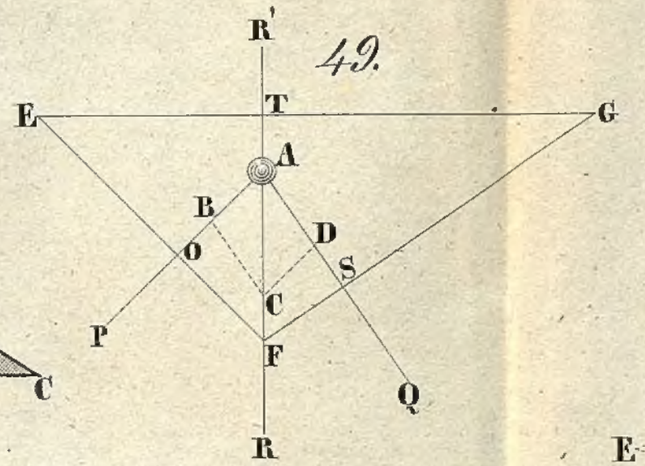
47.



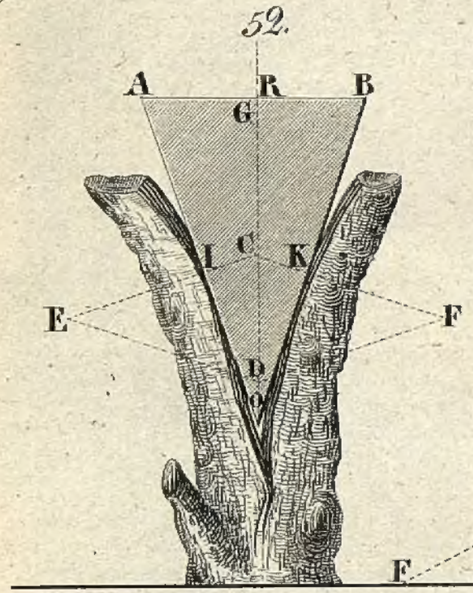
48.



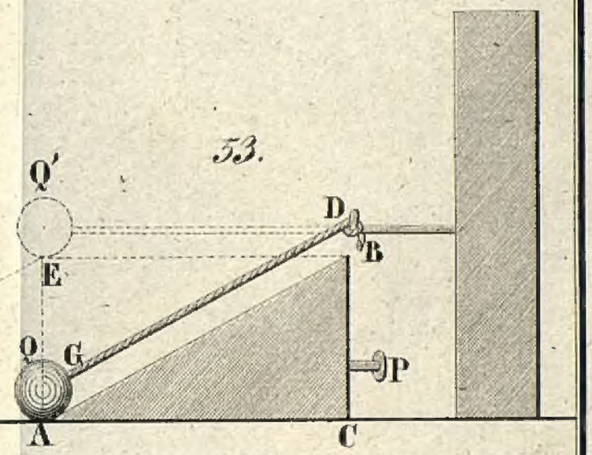
49.



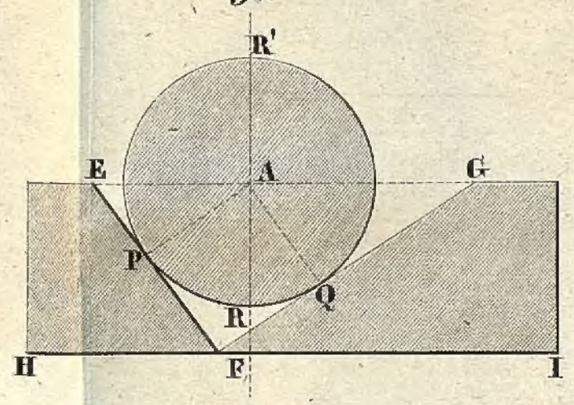
52.



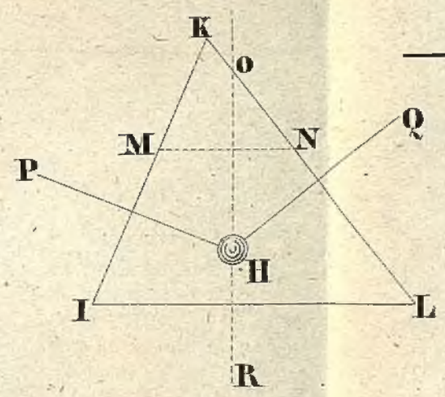
53.

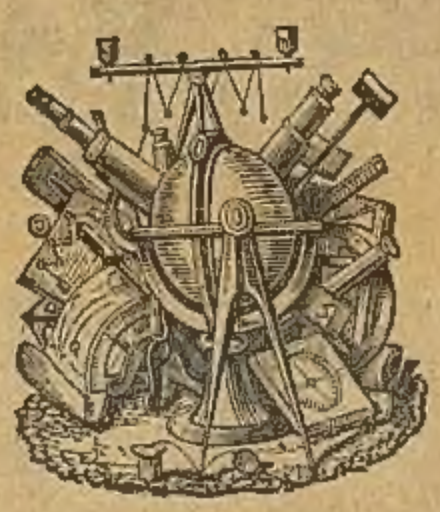


50.



51.





2007040142